

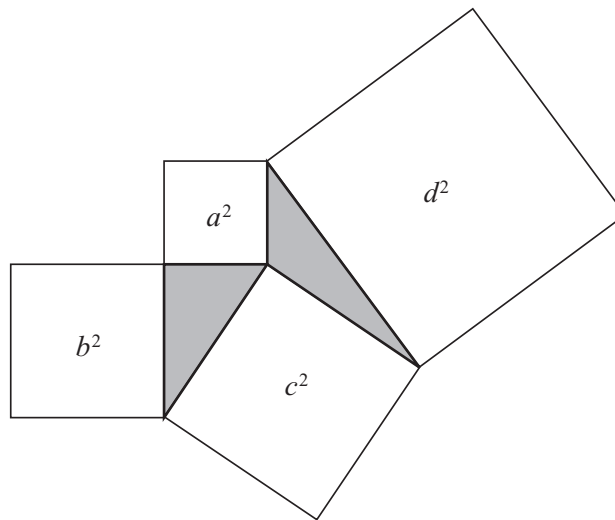
Tri zadatak

ZVONIMIR ŠIKIĆ, Zagreb

Zadatak 1. (Poočćeni Pitagorin poučak)

Zadana su dva kvadrata s jednim zajedničkim vrhom površina a^2 i b^2 . Oni "zatvaraju" dva trokuta sa stranicama a, b, c i a, b, d . Dokažite da za kvadrate c^2 i d^2 vrijedi poočćeni Pitagorin poučak:

$$c^2 + d^2 = 2(a^2 + b^2).$$



Uputa: U dokazu poočćenog poučka upotrijebiti obični Pitagorin poučak.



POUČAK 11

Zadatak 2. (Sigurni razmak)

Ako vozite preblizu automobilu koji je ispred vas i ako on naglo zakoči, može doći do sudara. Vozači početnici obično dobiju uputu da razmak među automobilima povećaju za barem jednu dužinu automobila na svakih 20 km/h brzine. Na primjer, ako vozite brzinom od 100 km/h trebali biste biti za najmanje 5 dužina automobila udaljeni od automobila ispred vas.

Ima li ta uputa smisla? U skladu s njom auto koji vozi dvostruko brže treba održavati dvostruko veći razmak. Istražite je li to točno.

U svojem matematičkom modelu tog problema pretpostavite da je brzina kočenja (deceleracije) proporcionalna brzini vožnje

$$dv/dt = -kv$$

te da je faktor proporcionalnosti k (koeficijent trenja) isti za oba vozila. Pretpostavite nadalje da vrijeme vaše reakcije r (koje protekne od uočavanja da automobil ispred vas koči do trenutka kad vi počnete kočiti) neovisno o vašoj brzini. Pretpostavite još da neposredno prije kočenja oba auta voze brzinom v .

Minimalni razmak d koji osigurava da ne dođe do sudara je funkcija od k , r i v . Izračunajte tu funkciju i provjerite je li $d(k, r, 2v) = 2d(k, r, v)$, tj. zahtijeva li dvostruko veća brzina dvostruko veći razmak.

Zadatak 3. (Regiomontanusov problem)

Zamislite da gledate spomenik čije je dno a metara iznad razine vaših očiju i čiji je vrh b metara iznad te razine. Ovisno o tome koliko ste udaljeni od spomenika (npr. x metara) spomenik vidite pod različitim kutovima (npr. pod kutom θ). Odredite udaljenost x_{\max} s koje se spomenik vidi najbolje, tj. odredite udaljenost s koje se spomenik vidi pod najveći kutom θ_{\max} .

