

Pismeni ispiti

Sadržaj

15. Veljače 2005.	2
23. lipnja, 2005.	3
07. srpnja, 2005.	4
25. studeni, 2005.	5
06. srpnja, 2006.	6
02. listopada 2006.	7
05. svibnja 2007.	8
11. rujna 2007.	9
21. rujna 2007.	10
28. rujna 2007.	11
22. siječnja, 2009.	12
02.07.2009.	13
16.07.2009.	14
10.06.2010.	15

MATEMATIKA 1

(15. Veljače 2005.)

1. Zadani su vrhovi trokuta $A(-1, 2, 0)$, $B(0, -2, -1)$, $C(1, 0, 1)$.
Izračunajte kut pri vrhu A trokuta.

2. Nađite svojstvene vrijednosti i odredite svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

3. Derivirajte

$$y = (x + 1) \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\sqrt{x}).$$

4. Napišite jednadžbu tangente na krivulju

$$x^2y + x + y^2 = 1$$

u točki $(1, 0)$.

5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$y = \frac{x^2}{2(x-1)}.$$

6. Izračunajte površinu dijela ravnine omeđenog krivuljama $y = \sin x$ i $y = \pi x - x^2$.

MATEMATIKA 1

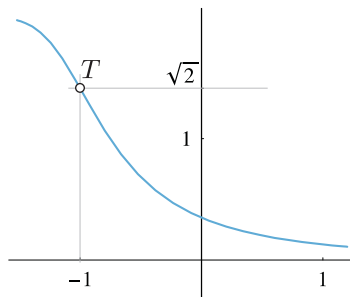
(23. lipnja, 2005.)

1. Napišite jednadžbu ravnine koja je određena točkama $A(3, -2, 0)$, $B(2, -1, 1)$, $C(-3, -1, 3)$.

2. Nađite svojstvene vrijednosti i odredite svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

3. Napišite jednadžbu tangente na krivulju $(1 + (2 + x)^5) \cdot y^2 = 4$ u točki $T(-1, \sqrt{2})$.



4. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = x^3 - 3x^2$.

5. Izračunajte površinu omeđenu s parabolom $y = 4 - x^2$ i pravcem $y = -12$.

MATEMATIKA 1

(07. srpnja, 2005.)

1. Napišite jednadžbu pravca koji je okomit na ravninu u kojoj leže točke $A(3, -2, 0)$, $B(2, -1, 1)$, $C(-3, -1, 3)$ i koji prolazi kroz točku A .

2. Nađite inverznu matricu matrice

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Skicirajte graf funkcije

$$f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - 1}.$$

(Potrebno je odrediti horizontalne i vertikalne asimptote. Nije potrebno proučavati tok funkcije pomoću derivacija.)

4. Izračunajte površinu omeđenu krivuljama $y = x^2 - 1$ i $y = 3$.

5. Nađite $\frac{d}{dx} [x \ln x - x]$. Iskoristite taj rezultat da biste izračunali $\int_1^e (x + \ln x) dx$.

MATEMATIKA 1

(25. studeni, 2005.)

1. Nađite jedinični vektor koji je okomit na vektore \vec{a} , \vec{b} :

$$\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}.$$

2. Nađite inverznu matricu (ako postoji) matrice

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Nađite derivaciju y' funkcije

$$x^3 - 2xy^2 + y^3 = 27$$

u točki $T(0, 3)$.

4. Izračunajte linearnu aproksimaciju funkcije $f(x) = \ln x$. Koristeći se tom aproksimacijom približno izračunajte $\ln 1.02$.

5. Izračunajte površinu lika koji je omeđen s:

$$y = -x^2 + 9, \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1.$$

MATEMATIKA 1

(06. srpnja, 2006.)

1. Napišite jednadžbu ravnine koja prolazi točkama $A(0, 1, 3)$, $B(1, 0, 0)$ i $C(1, 1, 2)$. (15)

2. Matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

nađite inverznu.

(20)

3. Derivirajte $y = x \cdot \sqrt{1 - \ln(x^2 + 3)}$. (15)

4. Napišite jednadžbu tangente na krivulju

$$x^2y^2 + xy + 2(y + 1) = 0$$

u točki $T(1, -1)$.

(15)

5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$y = x \cdot e^{-x}.$$

(20)

6. Izračunajte

$$\int_0^1 (e^x - 1 + \sqrt{x}) dx.$$

(15)

MATEMATIKA 1

(02. listopada 2006.)

1. Izračunajte kut među dijagonalama četvrtokuta kojem su vrhovi točke $A(-2, 1, -1)$, $B(-1, -2, -3)$, $C(4, -3, 1)$ i $D(3, 0, 3)$. (20)

2. Matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

nađite inverznu.

(15)

3. Derivirajte $y = \ln(x \cdot \sqrt{1 - \sin x})$. (15)

4. Napišite jednadžbu tangente na krivulju

$$x^2 \ln x + xy = 1$$

u točki $T(1, 1)$.

(15)

5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = (1 - x)e^{-x}.$$

(20)

6. Izračunajte površinu dijela ravnine omeđenog krivuljama $y = 4$ i $y = x^2$. (15)

MATEMATIKA 1

(05. svibnja 2007.)

1. Odredite jednadžbu ravnine koja prolazi ishodištem i okomita je na vektor $\vec{n} = (1, -1, 1)$.

2. Odredite svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Napišite jednadžbu tangente na

$$x^2 + 2y^2 = 9$$

u točki $T(1, 2)$.

4. Derivirajte

$$y = \sqrt{(x+1)(x+2)}.$$

5. Odredite intervale rasta i pada i lokalne ekstreme funkcije $y = e^{-x^2}$.

MATEMATIKA 1

(11. rujna 2007.)

1. Napisati jednadžbu pravca koji leži u ravnini $x + y - z = 3$, prolazi točkom $T(1, 0,)$ i okomit je na vektor $\vec{v} = (0, 0, 1)$.

2. Naći vektore $\vec{x} \neq \vec{0}$ za koje vrijedi $A\vec{x} = \lambda\vec{x}$ za neki λ ako je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

3. Naći dy/dx :

a) $y(x) = e^{x^2-2x}(1 - 3x)$

b) $\begin{cases} x(t) = 3 \cos 3t \\ y(t) = 2 \sin 3t \end{cases}$

4. Napisati jednadžbu tangente na $y^2 = -2x$ u točki $T(-2, -2)$.

5. Ispitati tok funkcije $y = \frac{\ln 2x}{x}$ i skicirati njen graf.

6. Izračunati površinu dijela ravnine omeđene grafovima funkcija $y = 3 - 2x^2$, $y = x$ te negativnim dijelom x -osi.

MATEMATIKA 1

(21. rujna 2007.)

1. Zadane su točke

$$A(-2, 1, -1), B(-1, -2, -3), C(4, -3, 1) \text{ i } D(3, 0, 3).$$

- a) odredite radijvektore dijagonala AC i BD četverokuta $ABCD$.
a) Pomoću skalarnog produkta izračunajte kosinus kuta koji zatvaraju dijagonale četverokuta $ABCD$.

2. Matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

nađite inverznu.

3. Derivirajte $y = \ln(x \cdot \sqrt{2 + \cos x})$.

4. Nađite jednadžbu tangente krivulje

$$x = \frac{4}{t}, \quad y = 4\sqrt{t} + 3t,$$

u točki s parametrom $t = 4$.

5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = (1 - x)e^{-x}.$$

MATEMATIKA 1

(28. rujna 2007.)

1. Napisati jednadžbu pravca koji siječe ravninu $x + y - z = 3$ u točki $(1, 0, -2)$ i okomit je na nju.

2. Odredite svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Derivirajte $y = \ln(x + \sqrt{2+x})$.

4. Napišite jednadžbu tangente na krivulju

$$x^2 \ln x + xy = 1$$

u točki $T(1, 1)$.

5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = e^{-x+1}.$$

MATEMATIKA 1

(22. siječnja, 2009.)

1. Odredite implicitnu jednadžbu ravnine koja prolazi točkama $(0, -1, 1)$, $(2, 1, -1)$, $(0, 1, 1)$.
Odredite još dvije točke te ravnine.

2. Odredite parametarske jednadžbe pravca koji prolazi točkama $(1, 2, -3)$ i $(0, 1, 2)$. Odredite još dvije točke tog pravca.

3. Izračunajte

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{e^x}{x-1} \right), \quad \frac{d}{dt} (t - \sin t)^5 .$$

4. Odredite tok i skicirajte graf funkcije

$$y = x^4 - x^2 .$$

5. Izračunajte osjenčanu površinu na slici:

6. Točka T giba se konstantnom kutnom brzinom od $2^\circ/s$. Kolika je (linearna) brzina točke T ?

MATEMATIKA 1

(02.07.2009.)

1. Trokut ima vrhove s koordinatama $A(2, 0, 2)$, $B(3, 1, 2)$ i $C(2, 1, 1)$. Izračunajte kut α (α je kut kod vrha A).

2. Riješite sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{array}{rccccrcr} -3x_1 & - & 5x_2 & - & 4x_3 & = & 1 \\ -x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & = & 2 \\ & & 2x_2 & - & 14x_3 & = & -10 \end{array}$$

3. Izračunajte

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{e^{2x}}{x+4} \right), \quad \frac{d}{dt} (t^2 - \sin 3t)^5.$$

4. Odredite tok i skicirajte graf funkcije

$$y = x^4 - x^2.$$

5. Izračunajte

$$\int \frac{2}{3x+1} dx, \quad \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{2\sqrt{1-x^2}}.$$

6. Količina radioaktivne tvari se prepolovi za 1000 godina. Koliko te tvari ostane nakon 1500 godina? (Radioaktivna tvar se raspada brzinom koja je proporcionalna količini tvari u danom trenutku.)

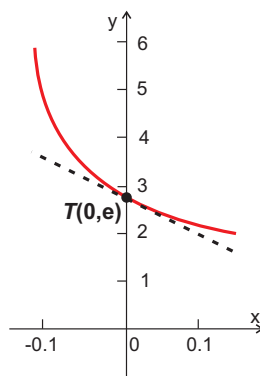
MATEMATIKA 1

(16.07.2009.)

1. Odredite vrijednost parametra $t \in \mathbb{R}$ tako da vektori $\vec{a} = (\ln(t-2), -2, 6)$, $\vec{b} = (t, -2, 5)$ i $\vec{c} = (0, -1, 3)$ budu komplanarni.
2. Napišite jednadžbu pravca koji prolazi točkom $A(2, 0, 3)$ i paralelna je s pravcem

$$p \cdots \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

3. Nađite jednadžbu tangente na krivulju $xy + \ln y = 1$ u točki $T(0, e)$.



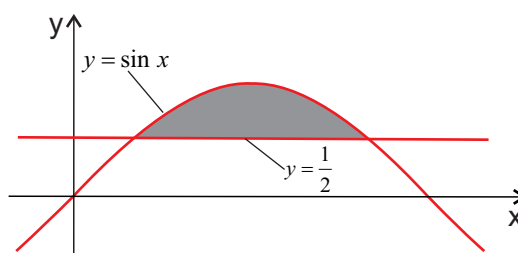
4. Odredite intervale rasta, pada, te lokane ekstreme funkcije

$$f(x) = \frac{-x^2 + x + 5}{x + 2}.$$

5. Izračunajte

a) $\int \sqrt[3]{3x-1} dx$, b) $\int_1^2 \frac{3x^5 - 2x^3 - x^2}{x^3} dx$.

6. Izračunajte površinu osjenčanog lika sa slike.



MATEMATIKA 1

(10.06.2010.)

1. Pravac $\vec{r}(t) = (3 - t, 3 + t, -2 + t)$, $t \in \mathbb{R}$ siječe xy -ravninu u točki T_1 , yz -ravninu u točki T_2 .

a) Odredite koordinate točke T_1 i T_2

b) Napišite jednadžbu ravnine koja prolazi točkama $O(0, 0, 0)$, T_1 i T_2 .

(10 bodova)

2. a) Da li je $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ rješenje sustava

$$x + 3y - 2z = 16$$

$$-x + 2y - 3z = 9$$

$$2x + y + z = 7.$$

b) Gaussovom metodom eliminacije nađite sva rješenja tog sustava.

(15 bodova)

3. Izračunajte $A^T B$ za zadane matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

(5 bodova)

4. a) $y = 2^{\lg x} + \ln(\arctg x)$, $\frac{dy}{dx} = ?$

b) $\begin{cases} x = t \sin(t^2) \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$, $\frac{dy}{dx}\Big|_{t=1} = ?$

(15 bodova)

5. Čestica se giba po y -osi po zakonu $y(t) = 20t - 5t^2$ (tako joj položaj y izražen u metrima ovisi o vremenu t izraženom u sekundama).

a) Koliki put čestica prevali od trenutka $t = 0$ do trenutka $t = 3$?

b) Kolika je brzina čestice u trenutku $t = 3$?

(10 bodova)

6. a) Odredi horizontalne i vertikalne asimptote funkcije $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

b) Izračunaj $f(2)$ i ucrtaj odgovarajuću točku grafa

c) Na osnovu a) i b) skicirajte graf funkcije.

(10 bodova)

7. Ispitaj tok i skiciraj graf funkcije $f(x) = 2x \cdot e^{-x}$.

(15 bodova)

8. Odredite globalni ekstrem funkcije $f(x) = x^4 - 4x + 7$ na intervalu $[-1, 2]$.

(10 bodova)

9. Točka se giba po kružnici radijusa $5m$ brzinom od $3m/s$.

a) Kolika je kutna brzina gibanja?

b) Odredite kako koordinate (x, y) te točke ovise o vremenu.

(10 bodova)