

MATEMATIKA 2 2. ZADAĆA

Izračunajte površinu (ploštinu) lika omeđenog krivuljama

1. $y = \cos^4 x$, $y = 0$, pri čemu je $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
 2. $x^2 + y^2 = 16$, $y^2 = 12(x - 1)$, desno od druge krivulje.
 3. Izračunajte površinu lika omeđenog elipsom $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$. Uputa: koristite se zgodnim parametarskim jednadžbama krivulje.
 4. Izračunajte površinu lika omeđenog astroidom $x = 3 \cos^3 t$, $y = 3 \sin^3 t$.
 5. Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljama $x^2 + y^2 = 4$, $y = x$, $y = 2x$ za $y \geq 0$. Uputa: primijenite polarne koordinate.
 6. Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljama $x^2 + y^2 = 4x$, $y = x$, $y = \frac{x\sqrt{3}}{3}$. Uputa: primijenite polarne koordinate.
 7. Izračunajte volumen tijela (s poznatim poprečnim presjekom), što ga od kružnog valjka polumjera 2 i proizvoljne (dovoljno velike) visine odsijeca ravnina koja prolazi promjerom baze valjka, a nagnuta je prema bazi za kut $\pi/6$.
 8. Izračunajte volumen tijela čija je baza u ravnini xy omeđena krivuljama $y = x^2$, $y = x + 2$, a čiji su presjeci s ravninama okomitim na os x (tj. ravninama koje su paralelne s ravninom yz) kvadrati.
 9. Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom lika omeđenog krivuljama $y = x^2$, $x = 1$, $y = 0$ a) oko osi x , b) oko osi y .
Računajte volumene na dva načina: metodom diska i metodom ljuske.
 10. Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom lika omeđenog krivuljama $y = 2x^2$, $y = 3 - x$, $x = 0$, ($x \geq 0$), oko osi y koristeći se a) metodom diska, b) metodom ljuske.
- Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom lika omeđenog krivuljama
11. $y = e^{-x^2/2}$, $y = 0$, oko osi y .
 12. $y = e^{2x}$, $x = 0$, $y = 0$, ($x \leq 0$), oko osi x .
 13. Izračunajte duljinu luka krivulje $y = \ln \sin x$ od $x = \pi/3$ od $x = \pi/2$.
 14. Izračunajte duljinu luka krivulje $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x$ od $x = 1$ do $x = e$.
 15. Izračunaj duljinu astroide $x = 2 \cos^3 t$, $y = 2 \sin^3 t$.

16. Izračunajte duljinu luka krivulje $x = \frac{1}{3}t^3 - t$, $y = t^2 + 2$ od $t = 0$ do $t = 3$.
17. Izračunajte duljinu luka krivulje $r = 1 + \cos \varphi$ od $\varphi = 0$ do $\varphi = \pi$, ako su r i φ polarne koordinate.
18. Izračunajte duljinu luka krivulje $r = \cos^3 \frac{\varphi}{3}$ od $\varphi = 0$ do $\varphi = \pi/2$, ako su r i φ polarne koordinate.
19. Izračunajte površinu plohe koja nastaje rotacijom luka krivulje $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ oko osi x , u intervalu $0 \leq x \leq 1$.
20. Izračunajte oplošje tijela koje nastaje rotacijom svoda cikloide $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ oko osi x , u intervalu $0 \leq t \leq 2\pi$.