

## MATEMATIKA 2

(zadaci 1 – tehnike integriranja)

### Integrali

1. Izračunajte integrale:

a)  $\int \frac{10}{3x+2} dx$

d)  $\int_0^1 \frac{3x-1}{3x+2} dx$

g)  $\int \ln 2 \left( \frac{1}{\sqrt{2}}x + 1 \right)^6 dx$

j)  $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{\sqrt{1-\frac{1}{3}x}}$

m)  $\int \frac{5}{1+9x^2} dx$

p)  $\int_1^6 \frac{x^2}{10+x^2} dx$

b)  $\int_2^3 \frac{7}{2x-3} dx$

e)  $\int \frac{2}{(2x+1)^3} dx$

h)  $\int_{-2}^{-1} e \left( 1 - \frac{x}{2} \right)^6 dx$

k)  $\int x^2 \sqrt{x+1} dx$

n)  $\int_{-1}^0 \frac{3}{1+4x^2} dx$

q)  $\int \frac{4x}{\sqrt{3-x^2}} dx$

c)  $\int \frac{2x-7}{2x-3} dx$

f)  $\int_{-1}^0 \frac{(5x-1)^4}{2} dx$

i)  $\int \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$

l)  $\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$

o)  $\int \frac{dx}{5+x^2}$

r)  $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{x^4+3}} dx$

2. Izračunajte integrale:

a)  $\int \frac{3-x}{x^2+2} dx$

d)  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1-3x^5}{2x-x^6} dx$

g)  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$

j)  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$

b)  $\int_0^1 \frac{x+3}{2x^2+1} dx$

e)  $\int 2xe^{-x^2+2} dx$

h)  $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$

k)  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos x} dx$

c)  $\int \frac{x^3}{1+x^8} dx$

f)  $\int_0^1 xe^{x^2+3} dx$

i)  $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$

l)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx$

3. Izračunajte integrale:

a)  $\int \frac{3x-2}{x^2-4x+5} dx$

d)  $\int \frac{dx}{x^2+2x+5}$

g)  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+x-1}} dx$

b)  $\int \frac{x dx}{x^2-7x+13}$

e)  $\int \frac{dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}}$

h)  $\int \frac{dx}{\sqrt{-4-5x-x^2}}$

c)  $\int \frac{dx}{x^2+2x}$

f)  $\int \frac{3x-6}{\sqrt{x^2-4x+5}} dx$

4. Izračunajte integrale:

a)  $\int \cos^3 x dx$

d)  $\int \frac{\cos^5 x}{\sin^3 x} dx$

b)  $\int \sin^5 x dx$

e)  $\int \sin^4 x dx$

c)  $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$

f)  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$

5. Izračunajte integrale:

a)  $\int \frac{x^3}{\sqrt{x-1}} dx$

d)  $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{x+2}}$

b)  $\int \frac{\sqrt{x}}{x+2} dx$

c)  $\int x \sqrt[3]{1-x} dx$

6. Izračunajte integrale:

a)  $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{3-x^2} dx$

b)  $\int_0^1 x^4 \sqrt{1-x^2} dx$

c)  $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{\sqrt{x^2-2}}{x} dx$

d)  $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+1}}$

e)  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

7. Izračunajte površine koje omeđuju zadane krivulje sa x-osi:

a)  $y = \operatorname{tg} x, x = -\frac{\pi}{3}, x = -\frac{\pi}{6}$

b)  $y = \operatorname{ctg} x, x = -\frac{\pi}{3}, x = -\frac{\pi}{6}$

c)  $y = \frac{1}{\sqrt{3-x^2}}, x = -1, x = 1$

d)  $y = \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}, x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$

e)  $y = \frac{2}{4+x^2}$

f)  $y = \frac{1}{1+3x^2}, x = 0, x = 3$

### Parcijalna integracija

8. Koristeći metode parcijalne integracije i supstitucije izračunajte:

a)  $\int (2x)^2 e^x dx$

b)  $\int_0^1 x^2 e^{2x} dx$

c)  $\int x^2 e^{x^3} dx$

d)  $\int_{-1}^0 x^5 e^{x^3} dx$

e)  $\int x \sin 2x dx$

f)  $\int_0^{\pi} x \cos 2x dx$

g)  $\int 2^x \cos 2x dx$

h)  $\int_0^{\pi} 3^x \cos 3x dx$

i)  $\int \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$

j)  $\int_1^e \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$

k)  $\int x \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg} x dx$

l)  $\int \frac{1}{\sin x} dx$

## MATEMATIKA 2

(zadaci 2 – primjena integrala)

### Računanje površina

1. Izračunajte površinu (ploštinu) lika omeđenog krivuljama

- a)  $y = \cos^4 x$ ,  $y = 0$ , pri čemu je  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .
- b)  $x^2 + y^2 = 16$ ,  $y^2 = 12(x - 1)$ , desno od druge krivulje.

2. Izračunajte područje omeđeno krivuljama  $y = e^{|x|}$  i  $y = 2$ .

3. Izračunajte površinu lika omeđenog elipsom  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  koristeći parametarske jednadžbe elipse.

4. Izračunajte površinu lika omeđenog astroidom  $x(t) = 3 \cos^3 t$ ,  $y(t) = 3 \sin^3 t$ .

5. Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljama  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $y = x$ ,  $y = 2x$  za  $y \geq 0$  (uputa: primijenite polarne koordinate).

6. Primjenom polarnih koordinata izračunajte površinu lika omeđenog krivuljama  $x^2 + y^2 = 4x$ ,  $y = x$ ,  $y = \frac{x\sqrt{3}}{3}$ .

### Računanje volumena

7. Izračunajte volumen tijela (s poznatim poprečnim presjekom), što ga od kružnog valjka polumjera 2 i proizvoljne (dovoljno velike) visine odsijeca ravnina koja prolazi promjerom baze valjka, a nagnuta je prema bazi za kut  $\frac{\pi}{6}$ .

8. Izračunajte volumen tijela čija je baza u ravnini  $xy$  omeđena krivuljama  $y = x^2$ ,  $y = x + 2$ , a čiji su presjeci s ravninama okomitim na os  $x$  (tj. ravninama koje su paralelne s ravninom  $yz$ ) kvadrati.

9. Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom lika omeđenog krivuljama  $y = x^2$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$  oko

- a) osi  $x$ ,
- b) osi  $y$ .

Računajte volumene na dva načina: metodom diska i metodom ljuske.

10. Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom lika omeđenog krivuljama  $y = 2x^2$ ,  $y = 3 - x$ ,  $x = 0$  ( $x \geq 0$ ) oko osi  $y$  koristeći se

- a) metodom diska (odrezaka),
- b) metodom ljuske.

11. Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom lika omeđenog krivuljama

- a)  $y = e^{-\frac{x^2}{2}}$ ,  $y = 0$ , oko osi  $y$ .
- b)  $y = e^{2x}$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ , ( $x \leq 0$ ), oko osi  $x$ .

## Računanje duljine luka krivulje pomoću integrala

12. Izračunajte duljinu luka krivulje  $y = \ln(\sin x)$  od  $x = \frac{\pi}{3}$  do  $x = \frac{\pi}{2}$ .
13. Izračunajte duljinu luka krivulje  $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$  od  $x = 1$  do  $x = e$ .
14. Izračunajte duljinu asteroide  $x = 2 \cos^3 t$ ,  $y = 2 \sin^3 t$ .
15. Izračunajte duljinu luka krivulje  $x = \frac{t^3}{3} - t$ ,  $y = t^2 + 2$  od  $t = 0$  do  $t = 3$ .
16. Izračunajte duljinu luka krivulje  $r = 1 + \cos \varphi$  od  $\varphi = 0$  do  $\varphi = \pi$ , ako su  $r$  i  $\varphi$  polarne koordinate.
17. Izračunajte duljinu luka krivulje  $r = \cos^3 \frac{\varphi}{3}$  od  $\varphi = 0$  do  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , ako su  $r$  i  $\varphi$  polarne koordinate.
18. Izračunajte duljinu prvog luka cikloide  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ .

## Računanje oplošja rotacione plohe

19. Izračunajte površinu plohe koja nastaje rotacijom luka krivulje  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  oko osi  $x$  u intervalu  $0 \leq x \leq 1$ .
20. Izračunajte oplošje tijela koje nastaje rotacijom svoda cikloide  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  oko osi  $x$ , u intervalu  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

## MATEMATIKA 2

(zadaci 3 – Taylorovi redovi)

### Razvoj funkcije u Taylorov red

1. Primjenom Taylorove formule razvijte po potencijama binoma  $x + 1$  funkcije

a)  $f(x) = x^3 - 1$

b)  $f(x) = x^3 + x^2 + 2x + 3$

2. Napišite prva četiri člana (koja nisu identički jednaka nuli) razvoja u Taylorov red sljedećih funkcija:

a)  $f(x) = 2^x$  oko  $x_0 = 0$

b)  $f(x) = \ln x$  oko  $x_0 = 1$

c)  $f(x) = \sin x$  oko  $x_0 = \frac{\pi}{4}$

d)  $f(x) = \cos 2x$  oko  $x_0 = 0$

### Aproksimacija Taylorovim polinomom

3. Napišite prva tri člana razvoja funkcije  $f(x) = \sqrt{x}$  po potencijama binoma  $x - 4$ . Pomoću dobivene aproksimacije približno izračunajte

a)  $\sqrt{4.2}$

b)  $\sqrt{3.9}$

Ocijenite grešku.

4. Aproksimirajte odgovarajuću funkciju (u okolini odgovarajuće točke) Taylorovim polinomom drugog stupnja i približno izračunajte

a)  $\frac{1}{1.05}$

b)  $\sqrt{17}$

c)  $\sqrt[3]{7.9}$

d)  $\cos 0.2$

e)  $e^{0.1}$

f)  $\ln 1.2$

5. Koristeći se poznatim razvojem funkcija  $f(x) = e^x$  i  $f(x) = \sin x$  po potencijama od  $x$  napišite razvoj po  $x$  za funkcije

a)  $f(x) = e^{-x^2}$

b)  $f(x) = x \cdot \sin 2x$

6. Primjenom formule za sumu geometrijskog reda razvijte funkcije

a)  $f(x) = \frac{1}{2-x}$  u red potencija od  $x$ ,

b)  $f(x) = \frac{1}{x}$  u red potencija od  $x - 1$ .

Odredite radijus konvergencije.

### Radijus konvergencije reda

7. Odredite intervale konvergencije redova (bez ispitivanja ponašanja reda na rubovima)

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)5^n}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{3n+1}\right)^n \cdot x^n$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1) \cdot 2^n}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n-1} \cdot (x+1)^n$

## MATEMATIKA 2

(zadaci 4 – diferencijalne jednačbe)

### Diferencijalne jednačbe prvog reda

1. Nađite opća rješenja sljedećih diferencijalnih jednačbi:

$$a) y' = \frac{x^2}{y^2}$$

$$b) y' = \frac{3y-1}{x}$$

$$c) y' - \frac{1}{x}y = \frac{x}{\cos^2 x}$$

$$d) y' - y \cos x = a \sin 2x$$

$$e) \frac{dx}{dt} = e^x \sin t$$

2. Nađite opća rješenja sljedećih linearnih diferencijalnih jednačbi:

$$a) y' + y = 5$$

$$b) y' + 2y = 6e^x$$

$$c) y' - 4y = 0.8$$

$$d) y' = (y-1) \operatorname{ctg} x$$

$$e) y' + 2xy = 0$$

$$f) xy' - 2y = x^3 e^x$$

3. Nađite partikularna rješenja sljedećih diferencijalnih jednačbi uz dane uvjete:

$$a) y' - \frac{4}{x}y = x\sqrt{y}, y(1) = 4$$

$$b) y' - y \operatorname{tg} x = \frac{a}{\cos x}, y(0) = 0$$

$$c) y' = \frac{y^2-1}{y}, y(1) = 2$$

$$d) y' + 2e^x y = e^x, y(1) = 1$$

4. Nađite jednačbu krivulje u  $xy$ -ravnini koja prolazi točkom  $(2, 3)$  i ima u svakoj svojoj točki  $(x, y)$  nagib tangente jednak  $\frac{2x}{1+y^2}$ .

5. Nađite jednačbu krivulje u  $xy$ -ravnini koja prolazi točkom  $(1, 3)$  i ima u svakoj svojoj točki  $(x, y)$  nagib tangente jednak  $\frac{2y}{x+1}$ .

### Linearna diferencijalna jednačba drugog reda s konstantnim koeficijentima

6. Nađite opća rješenja sljedećih diferencijalnih jednačbi:

$$a) y'' - 6y' + 9y = 0$$

$$b) y'' + 3y = 0$$

$$c) y'' - 8y' + 7y = 14$$

$$d) y'' + 4y = 8x^2$$

$$e) y'' - y = e^x$$

$$f) y'' + y' - 2y = \sin 2x$$

$$g) y'' + 4y' = 8x$$

$$h) y'' + 2y' + 2y = 0$$

7. Nađite partikularna rješenja sljedećih diferencijalnih jednačbi uz dane uvjete:

$$a) y'' - 4y' + 3y = 0, y(0) = 6, y'(0) = 10$$

$$b) y'' + y = 2\pi x, y(0) = 0, y'(0) = \pi$$

$$c) y'' + 3y' + 2y = e^x, y(-1) = e^2, y(-2) = e^4$$

8. Odredite oblik partikularnog rješenja u sljedećim diferencijalnim jednačbama:

$$a) y'' - 3y' + 2y = e^x \cos 2x$$

$$b) y'' + 2y' + y = x^3 e^{2x}$$

9. Napišite homogene linearne diferencijalne jednačbe s konstantnim koeficijentima kojima su opća rješenja:

$$a) y = C_1 + C_2 e^{-2x}$$

$$b) y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$$

$$c) y = C_1 \cos(\sqrt{2}x) + C_2 \sin(\sqrt{2}x)$$

$$d) y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

Fixme P

do  
zad  
separ  
jedna

## Ortogonalne trajektorije

10. Nađite ortogonalne trajektorije zadanih familija krivulja

a)  $y = ax^2$

b)  $y = x + C$

c)  $y = e^{-x} + C$

d)  $y = Cx + C$

e)  $x^2 + y^2 = C^2$

## MATEMATIKA 2

(zadaci 5 – funkcije više varijabli)

### Parcijalne derivacije

1. Izračunajte  $\frac{\partial z}{\partial x}$  i  $\frac{\partial z}{\partial y}$  za sljedeće funkcije:

a)  $z = 4x^2 - 2y + 7x^4y^5$ ,

b)  $z = \frac{x+y}{x-y}$ .

2. Izračunajte  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  i  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  za sljedeće funkcije:

a)  $z = e^x \cos y$ ,

b)  $z = 4x^2 - 8xy^4 + 7x^5 - 3$ .

3. Nađite jednadžbu tangencijalne ravnine na zadanu plohu  $z = z(x, y)$  u zadanoj točki  $T(x, y)$

a)  $z = 4x^3y^2 + 2y$  u  $T(1, -2)$ ,

b)  $z = xe^{-y}$  u  $T(1, 0)$ .

### Totalni diferencijal

4. Izračunajte totalni diferencijal funkcije  $z = z(x, y)$  u zadanoj točki  $T(x, y)$  za zadani pomak  $\Delta x$  i  $\Delta y$ :

a)  $z = x^2 + 2xy - 4x$  u  $T(1, 2)$ ,  $\Delta x = 0.01$ ,  $\Delta y = 0.04$ ,

b)  $z = \frac{x+y}{xy}$  u  $T(-1, -2)$ ,  $\Delta x = -0.02$ ,  $\Delta y = -0.04$ .

5. Izračunajte približno  $\sqrt{(3,95)^2 + (3,01)^2}$ , znajući da je  $\Delta z \approx dz$ .

6. Nađite gradijent funkcije  $z = z(x, y)$  u zadanoj točki  $T(x, y)$

a)  $z = (x^2 + xy)^2$  u  $T(-1, -1)$ ,

b)  $z = y \ln(x+y)$  u  $T(-3, 4)$ .

7. Nađite usmjerenu derivaciju funkcije  $z = z(x, y)$  u zadanoj točki  $T(x, y)$  i zadanom smjeru  $\vec{s}$ :

a)  $z = 4x^3y^2$  u  $T(2, 1)$ ,  $\vec{s} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ ,

b)  $z = y^2 \ln x$  u  $T(1, 4)$ ,  $\vec{s} = -3\vec{i} + 3\vec{j}$ .

8. Zadana je funkcija  $z = x + xy + y^2$ . U točki  $T(1, 2)$  nađite gradijent funkcije i derivaciju

a) u smjeru vektora  $\vec{s} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ ,

b) u smjeru od  $T$  prema ishodištu.

U kojem je smjeru derivacija najveća? Koliki je iznos najveće derivacije?

## Ekstremi

9. Nađite lokalne ekstreme sljedećih funkcija:

a)  $z = 3x^2 + 2xy + y^2$

b)  $z = x^3 - 3xy - y^3$

c)  $z = x^3y^2(6 - x - y)$  za  $x > 0$  i  $y > 0$

d)  $z = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$

e)  $z = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x + \frac{y^3}{3} - 2y^2 + 4y$

10. Nađite globalne ekstreme sljedećih funkcija na navedenim područjima:

a)  $z = xy - x - 3y$  na trokutu s vrhovima  $A(0, 0)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $C(5, 0)$ ,

b)  $z = x^2 + 2y^2 - x$  na krugu  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

11. Nađi najmanju i najveću vrijednost funkcije

a)  $z = x^2y$ ,

b)  $z = x^2 - y^2$

na području  $x^2 + y^2 \leq 1$ .

12. Među svim paralelogramima kojima je opseg  $s = 4$  odredite onaj koji ima maksimalnu površinu. Uputa: površina paralelograma sa stranicama  $a$  i  $b$  koje tvore kut  $\alpha$  iznosi  $P = ab \sin \alpha$ .

13. Ispitivanjem globalnog ekstrema nađite udaljenost točke  $T(-1, 3, 2)$  od ravnine  $x - 2y + z = 4$ .

\* \* \*

## MATEMATIKA 2

(zadaci 6 – višestruki integrali)

1. Izračunajte:

a)  $\int_1^3 \left( \int_0^2 (2x - 4y) dy \right) dx,$

b)  $\int_0^{\ln 3} \left( \int_0^{\ln 2} e^{x+y} dy \right) dx,$

c)  $\int_{-1}^1 \left( \int_{-x^2}^{x^2} (x^2 - y) dy \right) dx.$

2. Skicirajte područje integracije i zamijenite redosljed integriranja:

a)  $\int_0^2 \left( \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy \right) dx,$

b)  $\int_0^2 \left( \int_1^{e^y} f(x, y) dx \right) dy,$

c)  $\int_0^1 \left( \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx \right) dy.$

3. Izračunajte zadani integral po zadanom području  $P$ :

a)  $\iint_P x \sqrt{1 - x^2} dx dy,$   $P$  kvadrat s vrhovima  $(0, 2), (1, 2), (1, 3), (0, 3),$

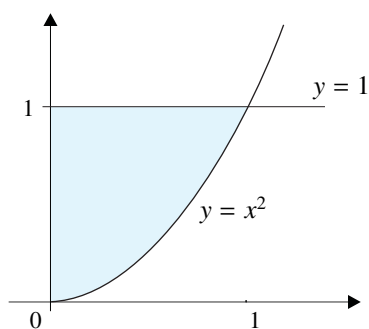
b)  $\iint_P \cos(x + y) dx dy,$  za  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{3},$

c)  $\iint_P 6xy dx dy,$   $P$  omeđeno s  $y = x, y = 0, x = \pi,$

d)  $\iint_P (x - 1) dx dy,$   $P$  omeđeno s  $y = x, y = x^3,$

e)  $\iint_P xy dx dy,$   $P$  omeđeno s  $y = \sqrt{2x}, y = 0$  i pravcem koji prolazi točkama  $(0, 4)$  i  $(4, 0).$

4. Izračunajte dvostruki integral  $\iint_{(S)} y dx dy$  po području na slici



### Računanje volumena pomoću dvostrukog integrala

5. Izračunajte:

a) volumen ispod ravnine  $z = 2x + y$  nad područjem  $3 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 2,$

b) volumen ispod ravnine  $z = 5 - 2x - y$  u 1. oktantu,

c) volumen omeđen s  $x^2 + y^2 = 9, z = 0$  i  $z = 3 - x,$

d) volumen omeđen s  $z = x^2 + 3y^2, z = 0, y = x^2$  i  $y = x.$

## Računanje površina pomoću dvostrukog integrala

6. Izračunajte upotrebom dvostrukog integrala površinu omeđenu s:

a)  $x + y = 5, x = 0, y = 0,$

b)  $y = \sin x, y = \cos x$  za  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}.$

7. Izračunajte:

a)  $\int_{-1}^1 \left( \int_0^2 \left( \int_0^1 (x^2 + y^2 + z^2) dx \right) dy \right) dz,$

b)  $\int_0^2 \left( \int_{-1}^{y^2} \left( \int_1^z (yz) dx \right) dz \right) dy,$

c)  $\int_1^3 \left( \int_x^{x^2} \left( \int_0^{\ln z} (xe^y) dy \right) dz \right) dx.$

8. Zamijenite redosljed integriranja, tj. izrazite integral ekvivalentnim integralom u kojem je izvršena integracija najprije po  $z$ -u, pa po  $y$ -u i na kraju po  $x$ -u:

a)  $\int_0^3 \left( \int_0^{\sqrt{9-z^2}} \left( \int_0^{\sqrt{9-y^2-z^2}} f(x, y, z) dx \right) dy \right) dz,$

b)  $\int_0^4 \left( \int_0^2 \left( \int_0^{x/2} f(x, y, z) dy \right) dz \right) dx.$

## Rješenja zadataka

**MAT2 – tehnike integriranja** ..... str. 1

1. b)  $\frac{7}{2} \ln 3$ ; f)  $\frac{1}{50}$ ; r)  $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;
3. h)  $\ln 2$ ; j)  $\frac{1}{6}$
4. a)  $\ln|x^2 - 4x + 5| + 4 \arctan(x - 2) + C$ , b)  $\frac{1}{2} \arctan \frac{x+1}{2} + C$ ,
- c)  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$ , f)  $3 \sqrt{x^2 - 4x + 5} + C$
5. d) Uputa: supstitucija  $u = x + 2$
6. a)  $\frac{3\pi}{4}$ , b)  $\frac{\pi}{32}$ , c) Uputa: koristite supstituciju  $x = \frac{\sqrt{2}}{\cos t}$ , rješenje je  $\sqrt{2}(1 - \pi/4)$ , d)  $-\frac{\sqrt{x^2+1}}{x} + C$ , e)  $\pi/4$
8. b)  $\frac{1}{4} - \frac{e^2}{4}$ ; k)  $\frac{x^2}{2} \cdot \arctan x - \int \frac{x^2}{2} \frac{1}{1+x^2} dx = \dots$  l) Uputa: uzmite  $u = \frac{1}{\sin x}$ ,  $dv = dx$ ;

**MAT2 – primjena integrala** ..... str. 3

1. a)  $\frac{3}{8}\pi$
2.  $4 \ln 2 - 2$
3. Uputa:  $x(t) = 4 \cos t$ ,  $y(t) = 9 \sin t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$
12. Uputa:  $\int \frac{1}{\sin x} dx = \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C$ ; duljina luka je  $l = \frac{1}{2} \ln 3$
13.  $ds = \frac{x^2+1}{2x} dx$ , duljina je  $\frac{e^2+1}{4}$
16. Uputa;  $ds = \sqrt{2} \sqrt{1 + \cos \varphi} d\varphi = 2 \sin \frac{\varphi}{2} d\varphi$ , duljina je 4
18.  $ds = a \sqrt{2} \sqrt{1 + \cos t} dt = 2a \sin \frac{t}{2}$ , rješenje je  $8a$

**MAT2 – Taylorovi redovi** ..... str. 5

1. a)  $f(x) = -2 + 3(x + 1) - 6(x + 1)^2 + \dots + (x + 1)^3$