Matematika 3

kolokviji

Sadržaj

A1

MATEMATIKA 3

(prvi kolokvij, 17.11.2003.)

1. Izračunati:

$$\mathrm{Re}\left(i(e^i + e^{i\frac{\pi}{3}})\right).$$

(10 bodova)

2. Skiciraj područje u kompleksnoj ravnini za koje vrijedi

$$\mathrm{Im}(iz) < \mathrm{Re}(iz).$$

(10 bodova)

3. Nađi sva rješenja jednadžbe

$$z^2 + iz + \frac{i-1}{4} = 0.$$

(15 bodova)

4. Odredi kako funkcija e^z preslikava područje $0 < \mathrm{Im}\, z < \pi$.

(20 bodova)

5. Riješi jednadžbu

$$\sin 2z = \sqrt{3}.$$

(20 bodova)

6. Ispitaj gdje je funkcija $e^z(\overline{z} + z)$ analitička.

(10 bodova)

7. Odredite sliku skupa $|z-1| < \frac{1}{2}$ preslikavanjem

$$\frac{2z}{z-1}.$$

(15 bodova)

B1

MATEMATIKA 3

(prvi kolokvij, 17.11.2003.)

1. Izračunati:

$$\operatorname{Re}\left\{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{81}+(i^{99}+i^{55}+i^{11}+i)\right\}.$$

(10 bodova)

2. Skiciraj područje u kompleksnoj ravnini za koje vrijedi

$$\arg\frac{z}{i-1}=\frac{\pi}{6}.$$

(10 bodova)

3. Nađi sva rješenja jednadžbe

$$z^2+i\sqrt{3}z+1=0.$$

(15 bodova)

4. Odredi kako funkcija z^2 preslikava područje za koje vrijedi $0<|z|<2$ i $\arg z<\frac{3}{4}\pi$.

(15 bodova)

5. Riješi jednadžbu

$$\cos z=i\sqrt{2}.$$

(20 bodova)

6. Ispitaj gdje je funkcija

$$e^{\operatorname{Re} z}(\cos(\operatorname{Im} z)+i\sin(\operatorname{Im} z))$$

analitička.

(10 bodova)

7. Odredite sliku skupa $|z+2i|>4$ preslikavanjem

$$\frac{3z}{z+1}.$$

(20 bodova)

A2

MATEMATIKA 3

(prvi kolokvij, 17.11.2003.)

1. Izračunati:

$$\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i}\right)^{24}.$$

(10 bodova)

2. Skicirati u ravnini područje omeđeno s:

$$2 \leq | z+2 | \leq 3, \quad \pi/3 \leq \operatorname{Arg} z \leq 2\pi/3.$$

(10 bodova)

3. Naći sva rješenja jednadžbe:

$$z^2 - 4iz + \frac{9}{4} = 0.$$

(15 bodova)

4. Odrediti kako funkcija

$$f(z) = e^{\pi i/4} z - 1$$

preslikava pravac $z + \bar{z} = 6$.

(20 bodova)

5. Odrediti kako funkcija

$$f(z) = e^z$$

preslikava područje $\frac{\pi}{2} \leq \operatorname{Im} z \leq \pi$.

(15 bodova)

6. Naći sva rješenja jednadžbe

$$\operatorname{ch}(2z) = 4.$$

(20 bodova)

7. Ispitati gdje je funkcija

$$f(z) = \frac{z+2}{(z-1)(z+2)}$$

analitička i ako je moguće odrediti njenu derivaciju.

(10 bodova)

B2

MATEMATIKA 3

(prvi kolokvij, 17.11.2003.)

1. Odrediti z ako vrijedi:

$$\operatorname{Arg}(2z+i) = \frac{\pi}{4}, \quad |2z+i| = 4.$$

(10 bodova)

2. Skicirati u ravnini područje omedjeno s:

$$|\,z-2+i\,| \geq 3, \ \frac{3\pi}{2} \leq \operatorname{Arg} z \leq 2\pi.$$

(10 bodova)

3. Naći sva rješenja jednadžbe:

$$z^2 - 3iz + 4 = 0.$$

(15 bodova)

4. Odrediti kako funkcija

$$f(z) = \frac{z+i}{z-i}$$

preslikava krivulju $|z| = 1$.

(20 bodova)

5. Odrediti kako funkcija

$$f(z) = \operatorname{Ln} z$$

preslikava područje $2 \leq |z| \leq 3$.

(15 bodova)

6. Naći sva rješenja jednadžbe

$$\sin(iz) = i.$$

(20 bodova)

7. Ispitati gdje je funkcija

$$f(z) = \frac{\sin z}{z+i+1}$$

analitička i ako je moguće odrediti njenu derivaciju.

(10 bodova)

A1

MATEMATIKA 3

(drugi kolokvij, 22.12.2003.)

1. Izračunajte: (15)

$$\int_C \ln z \; dz,$$

gdje je krivulja C gornja polukružnica sa središtem u ishodištu koja spaja točke -1 i 1.

2. Izračunajte: (20)

$$\int_C \frac{e^{2z}}{(z-i)(z-1)} dz,$$

$C \equiv |z-1| = 1$.

3. Razvijte u Taylorov red oko točke $z_0 = 0$: (15)

$$f(z) = \frac{1}{(1+z)^3} \; .$$

4. Odredi singularitete funkcije i njihov tip: (15)

$$f(z) = \frac{\sin z}{z^3} \; .$$

5. Razvijte funkciju u Laurentov red oko točke $z_0 = 2$: (15)

$$f(z) = \frac{z+1}{(z-2)^2(z-1)} \; .$$

6. Odredite radijus područja konvergencije Laurentovog razvoja oko $z_0 = 2i$: (20)

$$f(z) = \frac{1}{\sin z} \; .$$

B1

MATEMATIKA 3

(drugi kolokvij, 22.12.2003.)

1. Izračunajte: (15)

$$\int_C \ln z \; dz,$$

gdje je krivulja C lijeva polukružnica sa središtem u ishodištu koja spaja točke i i $-i$.

2. Izračunajte: (20)

$$\int_C \frac{e^{iz}}{(z+1)(z-i)} dz,$$

$C \equiv |z+1| = 1$.

3. Razvijte u Taylorov red oko točke $z_0 = 0$: (15)

$$f(z) = \frac{1}{(1-z)^2} \; .$$

4. Odredi singularitete funkcije i njihov tip: (15)

$$f(z) = \frac{\cos z}{z^2} \; .$$

5. Razvijte funkciju u Laurentov red oko točke $z_0 = -1$: (15)

$$f(z) = \frac{z-1}{(z+1)^2(z+2)} \; .$$

6. Odredite radijus područja konvergencije Laurentovog razvoja oko $z_0 = 3 + \frac{\pi}{2} i$: (20)

$$f(z) = \frac{1}{\cos iz} \; .$$

A2

MATEMATIKA 3

(drugi kolokvij, 22.12.2003.)

1. Izračunajte:

$$\int_C \frac{1}{z-2}\, dz,$$

gdje je C polukružnica sa središtem u ishodištu koja spaja točke $-i$ i i.

(20 bodova)

2. Izračunajte:

$$\oint_C z e^{z^2}\, dz,$$

gdje je C kvadrat s vrhovima u $1+i$, $-1+i$, $-1-i$, $1-i$.

(15 bodova)

3. Razvijte u Taylorov red oko točke $z_0 = 2$:

$$f(z) = z e^{z^2}\ .$$

(15 bodova)

4. Odredi singularitete funkcije i njihov tip:

$$f(z) = z \sin\frac{1}{z}\ .$$

(15 bodova)

5. Razvijte funkciju u Laurentov red na području $0 < |z-2| < \frac{3}{2}$:

$$f(z) = \frac{z-1}{(z-2)(2z+1)}\ .$$

(20 bodova)

6. Odredite radijus područja konvergencije Laurentovog razvoja oko $z_0 = -1$:

$$f(z) = \frac{z^2}{\ln(2+z)}\ .$$

(15 bodova)

B2

MATEMATIKA 3

(drugi kolokvij, 22.12.2003.)

1. Izračunajte:

$$\int_C \cos z + i \sin z \ \ dz,$$

gdje je C najkraća spojnica točaka 1 i $2i$.

(15 bodova)

2. Izračunajte:

$$\oint_C \frac{e^{-z}}{(z+1)^3} dz,$$

$C \equiv |z+1| = 1$.

(20 bodova)

3. Razvijte u Taylorov red oko točke $z_0 = 0$:

$$f(z) = \ln(z^2 + 5z + 6) \ .$$

(15 bodova)

4. Odredi singularitete funkcije i njihov tip:

$$f(z) = ze^{\frac{1}{z+2}} \ .$$

(15 bodova)

5. Razvijte funkciju u Laurentov red na području $0 < |z-3| < 6$:

$$f(z) = \frac{1}{(z+3)(z-3)} \ .$$

(20 bodova)

6. Odredite radijus područja konvergencije Laurentovog razvoja oko $z_0 = -1$:

$$f(z) = \frac{1}{3z+2} e^{\frac{1}{z}} \ .$$

(15 bodova)

A

MATEMATIKA 3

(treći kolokvij, 02. 02. 2004.)

1. Izračunajte sve reziduume funkcije:

$$f(z) = \frac{e^{2z}}{(z+1)^3}.$$

(20 bodova)

2. Izračunajte:

$$\oint_C \frac{z-1}{(z^2+2z+2)^2}\,dz,$$

gdje je C kvadrat s vrhovima u $0, -2, -2-2i, -2i$.

(25 bodova)

3. Izračunajte:

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{2}\ d\varphi}{3+\cos\varphi}.$$

(20 bodova)

4. Izračunajte:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x}{(x^2+1)(x^2+4)}\,dx.$$

(25 bodova)

5. Zadan je kompleksni potencijal $F(z) = 3z^2 - 2i$. Odrediti jednadžbe ekvipotencijalnih krivulja, strujnica te ih skicirati u kompleksnoj ravnini. Također, odrediti brzinu $v(z)$.

(10 bodova)

B

MATEMATIKA 3

(treći kolokvij, 02. 02. 2004.)

1. Izračunajte sve reziduume funkcije:

$$f(z) = \frac{e^{-z}}{(z-1)^3}.$$

(20 bodova)

2. Izračunajte:

$$\oint_C \frac{2-z}{(z^2+2z+2)^2} dz,$$

gdje je C kvadrat s vrhovima u $0, -2, -2+2i, 2i$.

(25 bodova)

3. Izračunajte:

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{2}\ d\varphi}{3-\cos\varphi}.$$

(20 bodova)

4. Izračunajte:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x}{(x^2+1)(x^2+9)} dx.$$

(25 bodova)

5. Odrediti jednadžbu strujanja topline za područje određeno zrakama $\phi = \frac{\pi}{3}$ i $\phi = -\frac{\pi}{3}$ gdje se krak $\phi = \frac{\pi}{3}$ grije na 30°C, a $\phi = -\frac{\pi}{3}$ na 60°C.

(10 bodova)

MATEMATIKA 3

(drugi ponovljeni kolokvij, 06.02.2004.)

1. Izračunajte:

$$\int_C (\ln z + z)\ dz,$$

gdje je krivulja C gornja polukružnica radijusa $r = 3$, sa središtem u ishodištu koja spaja točke -3 i 3.

(15 bodova)

2. Izračunajte:

$$\int_C \frac{e^{z^2}}{(z-2i)(z-1)}\ dz,$$

gdje je C kružnica radijusa $r = 1$ oko $z_0 = 1$.

(20 bodova)

3. Razvijte u Taylorov red oko točke $z_0 = 0$:

$$f(z) = \frac{1}{2+3z}\ .$$

(15 bodova)

4. Odredi singularitete funkcije i njihov tip:

$$f(z) = \frac{\sin(z-1)}{(z-1)^3}\ .$$

(15 bodova)

5. Razvijte funkciju u Laurentov red oko točke $z_0 = 2$:

$$f(z) = \frac{z+1}{(z-2)^7(z-3)}\ .$$

(15 bodova)

6. Odredite radijus područja konvergencije Laurentovog razvoja oko $z_0 = 1 + 4i$:

$$f(z) = \frac{1}{\cos(z+1)}\ .$$

(20 bodova)

A

MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vjerojatnosti i statistike, 17.12.2004.)

1. Bacamo dvije kockice - jedna ima redom brojeve $1, 2, 2, 3, 3, 3$ na svojim stranicama, druga na stranicama ima ispisane brojeve $2, 2, 4, 4, 4, 4$. Odredite prostor elementarnih događaja i izračunajte vjerojatnost da je zbroj na kockicama 5.

(15 bodova)

2. Pouzdanost testa na bolest B je 90%. Učestalost bolesti u općoj populaciji je 1%. Koja je vjerojatnost da osoba koja je pozitivna na test zaista boluje od bolesti B?

(15 bodova)

3. Ante i Boris gađaju metu. Ante pogađa sa vjerojatnošću 0.5, Boris sa vjerojatnošću 0.2. Ante gađa dvaput, Boris samo jednom. Nađi funkciju razdiobe i očekivanje za slučajnu varijablu X koja broji ukupan broj pogodaka za obojicu.

(15 bodova)

4. Neka je $f(x)$ gustoća slučajne varijable X, zadana s ax^2 na intervalu $(0, \pi)$, a 0 inače. Odredite parametar a, izračunati EX, $\mathrm{Var}\, X$ i $p(\frac{\pi}{4} \leq X \leq \frac{\pi}{2})$.

(15 bodova)

5. Kontrola provjerava aparate. Aparat ima defekt s vjerojatnošću 0.04. Radimo uzorke od po 100 proizvoda. Kolika je vjerojatnost da u uzorku imamo između 2 i 6 defektnih proizvoda? (tj. da je proporcija između 0.02 i 0.06)

(20 bodova)

6. Na uzorku od 30 kolokvija iz matematike dobivena je srednja prolaznost $\overline{X} = 0.63$. Uz pretpostavljenu standardnu devijaciju od 0.08 odredite granice za očekivanu prolaznost na kolokvijima s pouzdanošću od 99%.

(20 bodova)

B

MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vjerojatnosti i statistike, 17.12.2004.)

1. Bacaju se istovremeno novčić i 2 kocke. Odredite prostor elementarnih događaja i izračunajte vjerojatnost da je dobivena glava i bar jedna šestica.

(15 bodova)

2. Od djece neke osnovne škole 3/7 ih se upisalo u gimnaziju, 2/7 u neku tehničku školu i 2/7 u preostale škole. Među gimnazijalcima ih je 35% odlikaša, dok ih je u tehničkim školama i preostalim školama po 21%. Kolika je vjerojatnost da je odabrani odlikaš učenik tehničke škole?

(15 bodova)

3. Kutija sadrži 2 bijele i 3 plave kuglice. Izvlačimo jednu po jednu dok ne izvučemo i drugu bijelu. Neka je slučajna varijabla X broj takvih izvlačenja. Naći funkciju razdiobe za X.

(15 bodova)

4. Slučajna varijabla X ima gustoću $f(x) = \frac{a}{x}$ na intervalu $(1, e)$, inače $f(x) = 0$. Odrediti a i izračunati očekivanje i varijancu za varijablu X. Izračunajte $p(X > \frac{e}{2})$.

(15 bodova)

5. Prosječna masa odraslog muškarca iznosi 80kg uz standardnu devijaciju od 10kg. Kolika je vjerojatnost da uzorak od 50 ljudi ima prosječnu masu ispod 79kg?

(20 bodova)

6. U uzorku od 100 studenata druge godine FSB-a njih 63 je položilo matematiku III preko kolokvija. Odrediti očekivanu proporciju svih studenata druge godine koji će ispit položiti preko kolokvija s pouzdanošću od 90%?

(20 bodova)

A # MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vjerojatnosti i statistike, 30.01.2006.)

1. Ante i Boris gađaju metu. Svaki ima dva pokušaja. Vjerojatnost pogotka za Antu je 0.6, za Borisa 0.5. Koja je vjerojatnost da će Ante pogoditi (strogo) više puta nego Boris? Koja je vjerojatnost da će Ante pogoditi (strogo) više puta nego Boris ako je Ante pogodio u prvom pokušaju?

(20 bodova)

2. U kutiji se nalaze 3 plave i 2 žute kuglice. Opišite prostor događaja za eksperiment u kojem izvlačimo 3 kuglice iz kutije. Izračunajte vjerojatnost da su izvučene kuglice iste boje.

(20 bodova)

3. Dvije igraće kockice na svojim stranicama imaju brojeve 1,1,1,2,2,3. Odredite razdiobu za slučajnu varijablu X koja računa umnožak brojeva koje dobijemo pri bacanju kockica. Izračunajte EX.

(20 bodova)

4. Za slučajnu varijablu X koja prati normalnu razdiobu $\mathcal{N}(\mu = 15, \sigma = 3)$ izračunati $P(X < 13)$.

(20 bodova)

5. Slučajna varijabla X ima parametre $\mu = 100$, $\sigma = 3$. Koja je vjerojatnost da je sredina slučajnog uzorka veličine $N = 36$ u granicama $[99.25, 100.2]$?

(20 bodova)

***Rezultati ispita**: sljedeći radni dan u 13:00 sati*

B

MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vjerojatnosti i statistike, 30.01.2006.)

1. U šeširu su 2 srećke, jedna dobitna i jedna prazna. Izvlačimo jednu. Nakon toga u šešir dodamo još dvije srećke, jednu dobitnu i jednu praznu, pa još jednom izvlačimo. Kolika je vjerojatnost da smo izvukli dvije dobitne srećke? Kolika je vjerojatnost da smo prvi put izvukli praznu ako smo na kraju izvukli dvije dobitne?

(20 bodova)

2. Pero i Popaj kuglaju. Istovremeno, svaki u svojoj traci kuglom gađa 10 postavljenih čunjeva (i pogađaju ih s nama nepoznatim vjerojatnostima). Opisati prostor elementarnih događaja (promatramo broj pogođenih čunjeva u pojedinoj traci).

(20 bodova)

3. Na kladionici uplatimo dvije kombinacije od 10kn. Vjerojatnost dobitka po kombinaciji od 10kn je 0.49, dobitka od 200kn je 0.01, a inače nema dobitka. Naći funkciju vjerojatnosti za slučajnu varijablu X koja predstavlja ostvarenu dobit. Izračunati očekivanu dobit $\mathrm{E}X$.

(20 bodova)

4. Za slučajnu varijablu X koja prati normalnu razdiobu $\mathcal{N}(\mu = 4, \sigma = 1)$ izračunati $P(X > 5.01)$.

(20 bodova)

5. Pretpostavimo da X, varijabla koja predstavlja broj dobivenih bodova na ovom kolokviju ima $\mu = 60$ uz $\sigma = 30$. U kojim će se granicama oko sredine $(\mu_{\overline{X}} \pm c)$ kretati $\overline{X}$ za proizvoljnu grupu od 60 studenata uz pouzdanost od 95%?

(20 bodova)

Rezultati ispita*: sljedeći radni dan u 13:00 sati*

C

MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vjerojatnosti i statistike, 30.01.2006.)

1. Anselmo i Beda gađaju metu. Prvo Anselmo gađa 2 puta, svaki put s vjerojatnošću pogotka 0.7. Nakon toga gađa Beda jedanput, s vjerojatnošću pogotka 0.5. Kolika je vjerojatnost da je meta pogođena 2 puta?

Kolika je vjerojatnost da Anselmo nije nijedanput pogodio, ako je ukupno pogođena 2 puta?

(20 bodova)

2. Kad ubacimo 5kn u automat, on nam s vjerojatnošću $1/2$ izbaci kolu, s vjerojatnošću $1/3$ sok od naranče, s vjerojatnošću $1/6$ kavu. Opisati prostor događaja ako smo ubacili dva puta po 5kn. Izračunati vjerojatnost da smo pritom dobili sok od naranče i kavu.

(20 bodova)

3. Zadana je sljedeća funkcija vjerojatnosti za slučajnu varijablu X:

x_i	$P(X = x_i)$
0	α
100	$\frac{1}{10} + \alpha$
200	$\frac{1}{2}$
300	$\frac{1}{5}$

Izračunati α, očekivanje EX i varijancu Var$X$ za slučajnu varijablu X.

(20 bodova)

4. Za slučajnu varijablu X koja prati normalnu razdiobu $\mathcal{N}(\mu = 3, \sigma = 1)$ izračunati $P(X < 4.01)$.

(20 bodova)

5. Neka je vjerojatnost prolaza studenta na ovom kolokviju $p = 0.7$. Kolika je vjerojatnost da u uzorku od 30 studenata proporcija P bude veća od 0.8?

(20 bodova)

***Rezultati ispita**: sljedeći radni dan u 13:00 sati*

D # MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vjerojatnosti i statistike, 30.01.2006.)

1. Ispit iz matematike polaže se preko 3 kolokvija. Vjerojatnost prolaza na prvom kolokviju je 0.5, na drugom je 0.4, a na trećem je 0.3. Smatra se da student nije položio ispit ako nije ostvario prolaz na 2 ili više kolokvija. Koja je vjerojatnost da student ne položi matematiku ako je poznato da na prvom kolokvij ostvario prolaz?

(20 bodova)

2. U kutiji se nalaze 4 plave i 2 žute kuglice. Opišite prostor događaja za eksperiment u kojem izvlačimo kuglice iz kutije sve dok ne izvučemo plavu. Izračunajte vjerojatnost da je plava izvučena iz drugog pokušaja.

(20 bodova)

3. Zadana je sljedeća funkcija vjerojatnosti za slučajnu varijablu X:

x_i	$P(X = x_i)$
0	α
10	$\frac{1}{7}$
20	$\frac{1}{3} + \alpha$
50	$\frac{1}{5}$

Izračunati α, očekivanje EX i varijancu Var$X$ za slučajnu varijablu X.

(20 bodova)

4. Slučajna varijabla X prati normalnu razdiobu $\mathcal{N}(\mu = 3, \sigma)$. Odredite σ ako vrijedi

$$P(X < 4.2) = 80\% \ .$$

(20 bodova)

5. Slučajna varijabla X ima parametre $\mu = 100$, $\sigma = 3$. Koja je vjerojatnost da je sredina slučajnog uzorka veličine $N = 36$ u granicama $[99.25, 100.2]$?

(20 bodova)

***Rezultati ispita**: sljedeći radni dan u 13:00 sati*

A

MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vjerojatnosti i statistike, 03.11.2006.)

1. U kutiji su četiri kuglice: tri bijele i jedna crna. Izvučemo jednu kuglicu. Nakon toga dodamo jednu crnu kuglicu u kutiju. Ponovo izvučemo jednu kuglicu. Izračunajte vjerojatnost da su izvučene dvije bijele kuglice.

(20 bodova)

2. Za eksperiment iz prethodnog zadatka izračunajte vjerojatnost da je druga izvučena kuglica bila bijela ako znamo da je prva bila crna.

3. Bacaju se kocka i novčić kojemu na jednoj strani piše 0 a na drugoj 1. Odredite razdiobu slučajne varijable X koja je zbroj brojeva na kocki i novčiću.

(20 bodova)

4. Populacija studenata šumarstva ima prosječnu težinu $\mu = 80$kg sa standardnom devijacijom $\sigma = 7$kg. Odredite vjerojatnost da slučajni uzorak od $n = 49$ studenta ima prosječnu težinu $\overline{x}$ između 79.6 i 81.2kg.

(20 bodova)

5. Mjerenjem širina cijevi na uzorku od $n = 100$ komada dobivena je prosječna širina cijevi $\overline{y} = 2.1$cm. Standardna devijacija uzorka je $s = 0.3$cm. Procijenite prosječnu širinu svih cijevi μ uz pouzdanost od $c = 95\%$.

(20 bodova)

***Rezultati ispita**: sljedeći radni dan u 13:00 sati*

B

MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vjerojatnosti i statistike, 03.11.2006.)

1. U kutiji je pet kuglica: tri crne i dvije bijele. Izvučemo jednu kuglicu. Nakon toga dodamo jednu crnu kuglicu u kutiju. Ponovo izvučemo jednu kuglicu. Izračunajte vjerojatnost da su izvučene dvije bijele kuglice.

(20 bodova)

2. Za eksperiment iz prethodnog zadatka izračunajte vjerojatnost da je druga izvučena kuglica bila bijela ako znamo da je prva bila crna.

3. Bacaju se kocka i novčić kojemu na jednoj strani piše 1 a na drugoj 3. Odredite razdiobu slučajne varijable X koja je zbroj brojeva na kocki i novčiću.

(20 bodova)

4. Populacija zatvorenika ima prosječnu težinu $\mu = 85$kg sa standardnom devijacijom $\sigma = 9$kg. Odredite vjerojatnost da slučajni uzorak od $n = 36$ zatvorenika ima prosječnu težinu $\overline{x}$ između 85 i 87kg.

(20 bodova)

5. Mjerenjem širina cijevi na uzorku od $n = 49$ komada dobivena je prosječna širina cijevi $\overline{y} = 10.3$cm. Standardna devijacija uzorka je $s = 0.05$cm. Procijenite prosječnu širinu svih cijevi μ uz pouzdanost od $c = 95\%$.

(20 bodova)

***Rezultati ispita**: sljedeći radni dan u 13:00 sati*

C

MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vjerojatnosti i statistike, 03.11.2006.)

1. U kutiji je pet kuglica: tri bijele i dvije crne. Izvučemo jednu kuglicu. Nakon toga dodamo jednu crnu kuglicu u kutiju. Ponovo izvučemo jednu kuglicu. Izračunajte vjerojatnost da su izvučene dvije bijele kuglice.

(20 bodova)

2. Za eksperiment iz prethodnog zadatka izračunajte vjerojatnost da je druga izvučena kuglica bila bijela ako znamo da je prva bila crna.

3. Bacaju se kocka i novčić kojemu na jednoj strani piše 1 a na drugoj 2. Odredite razdiobu slučajne varijable X koja je umnožak brojeva na kocki i novčiću.

(20 bodova)

4. Populacija vojnika ima prosječnu visinu $\mu = 175$cm sa standardnom devijacijom $\sigma = 5$cm. Odredite vjerojatnost da slučajni uzorak od $n = 100$ vojnika ima prosječnu visinu $\overline{x}$ između 175.25 i 175.5cm.

(20 bodova)

5. Mjerenjem debljine matica na uzorku od $n = 64$ komada dobivena je prosječna debljina $\overline{y} = 7.1$mm. Standardna devijacija uzorka je $s = 0.4$mm. Procijenite prosječnu širinu svih cijevi μ uz pouzdanost od $c = 99.7\%$.

(20 bodova)

***Rezultati ispita**: sljedeći radni dan u 13:00 sati*

A

MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vektorske analize, 01.02.2004.)

1. Za gibanje opisano parametrizacijom $\vec{r}(t) = (t^2, t - \sin t, \cos t)$ odredite $\vec{v}$ i $\vec{a}$.

(15 bodova)

2. Odredite vektor normale na plohu $z = 1 - y^2$ u točki $P(1, 0, 1)$.

(15 bodova)

3. Neka je U skalarno polje zadano s $U = x^2 - yz$. Izračunajte

$$\int_A^B U|d\vec{r}|$$

duž pravca koji spaja točke $A(1, 0, 0)$ i $B(0, 2, 2)$.

(15 bodova)

4. Odredite funkciju $\varphi(z)$ tako da za skalarno polje $U = xy + \varphi(z)$ i vektorsko polje $\overrightarrow{F} = (y, x, 3z^2)$ vrijedi

$$\nabla U = \overrightarrow{F}.$$

(15 bodova)

5. Neka je ploha P parametrizirana s $\vec{r}(u, v) = (u, v, u^4)$, $u, v \in [0, 1]$. Izračunajte

$$\iint_P \overrightarrow{F} d\overrightarrow{P}$$

gdje je $\overrightarrow{F}$ vektorsko polje zadano s $\overrightarrow{F} = (0, xy, 2x + 2y)$.

(20 bodova)

6. Izračunajte volumen cilindra radijusa $r = 2$ i visine $h = 5$ parametriziranog s

$$\vec{r}(u, v, w) = (u \cos v, w, u \sin v).$$

(20 bodova)

B

MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vektorske analize, 01.02.2004.)

1. Neka je krivulja zadana parametrizacijom $\vec{r}(t) = (\cos t, t - \sin t, t \cos t)$. Odredite $\frac{d\vec{r}}{dt}$ i $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ u točki sa koordinatom $t = 2$.

(15 bodova)

2. Ploha P parametrizirana je s

$$\vec{r}(u, v) = (u, 1 + \cos u, uv).$$

Odredite tangencijalne krivulje plohe $\vec{r}_u$ i $\vec{r}_v$ na plohi P koje prolaze točkom s koordinatama

$$u = \frac{\pi}{2},\ v = 1.$$

(15 bodova)

3. Neka je U skalarno polje zadano s $U = x^3y^2z$. Izračunajte

$$\int_K U|d\vec{r}|$$

gdje je K dužina koja spaja točke $A(0, 0, 1)$ i $B(1, 2, 3)$.

(15 bodova)

4. Izračunajte

$$\oint_K \overrightarrow{F} d\vec{r},$$

gdje je K jedinična kružnica u xy ravnini, a polje $\overrightarrow{F} = (x, -y, z)$.

Da li $\vec{F}$ može biti potencijalno polje?

(15 bodova)

5. Neka je P dio plohe $z = x^4$ za koji je $x \in [0, 1]$ i $y \in [0, 2]$. Izračunajte

$$\iint_P \overrightarrow{F} d\overrightarrow{P}$$

gdje je $\overrightarrow{F}$ vektorsko polje zadano s $\overrightarrow{F} = (0, xy, 2x + 2y)$.

(20 bodova)

6. Izračunajte volumen tijela parametriziranog s

$$\vec{r}(u, v, w) = (1 + w, 2 + u \cos v, 3 + u \sin v),$$

gdje je $u \in [0, 1]$, $v \in [0, \pi/2]$, $w \in [0, 1]$.

(20 bodova)

MATEMATIKA 3

(ponovljeni kolokvij iz vjerojatnosti i statistike, 04.02.2005.)

1. Strijelac gađa metu s vjerojatnošću 0.7. Vrši 5 uzastopnih gađanja. Opisati prostor događaja i odrediti vjerojatnost da je pogodio cilj barem 4 puta.

(15 bodova)

2. Matematiku 3 (statistika, numerika, vektorska) sluša 25% studenata, matematiku 3A (numerika, statistika) 40%, matematiku 3B (statistika, vektorska) 35%. Koja je vjerojatnost da odabrani student koji sluša vektorsku analizu ima upisanu matematiku 3B?

(15 bodova)

3. U kutiji su 3 plave i 2 zelene kuglice. Izvlačimo kuglice dok ne izvučemo zelenu, pri tom ako smo izvukli plavu vraćamo je u kutiju. Opisati zakon vjerojatnosti za slučajnu varijablu X koja predstavlja broj izvlačenja.

(15 bodova)

4. Neka je $f(x) = ce^x$ funkcija gustoće slučajne varijable X na intervalu $(0, \ln 2)$, drugdje je ona 0. Odrediti c, EX, $\operatorname{Var} X$.

(15 bodova)

5. Vjerojatnost gripe u nekom razdoblju je $p = 0.03$. Naći vjerojatnost da je u uzorku od 200 ljudi najmanje 5 i najviše 8 razboljelih.

(20 bodova)

6. U 30 gradova je dobiveno da politički kandidat ima udio od $\overline{X} = 0.61$ glasača. Uz standardnu devijaciju od 0.07 odrediti granice za očekivani udio glasača u nekom gradu s pouzdanošću od 95%.

(20 bodova)

A

MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vektorske analize, 04.11.2005.)

1. Parametrizirajte osminu kugle radijusa 2 sa središtem u ishodištu koja se nalazi u prvom oktantu.

(15 bodova)

2. Nađite vektorsku jednadžbu za gibanje po pravcu iz početne točke $A(1, 0, 0)$ u smjeru $(1, 1, 1)$, a da je pritom $\vec{v}(0) = (3, 3, 3)$ i $\vec{a}(0) = (2, 2, 2)$.

(15 bodova)

3. Nađite vektor normale na plohu $z = 3 - x^2 - 2y^2$ u točki $T(1, 1, 0)$.

(15 bodova)

4. Pokažite da je polje $\overrightarrow{F} = (6xy + z\sin x, 3x^2 + z^2, 2zy - \cos x)$ konzervativno i izračunajte integral (rad) tog polja od točke $A(0, 0, 0)$ do točke $B(0, 1, 2)$.

(20 bodova)

5. Izračunajte masu plohe paraboloida $z = 2x^2 + 2y^2$ od $z = 0$ do $z = 1$ ako je (površinska) gustoća plohe zadana s $\rho(x, y, z) = xyz + 1$.

(15 bodova)

6. Izračunajte tok polja $\overrightarrow{F} = (x, y, xy)$ kroz oplošje kvadra omeđenog ravninama $z = 0$, $z = -2$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$ i $y = 3$.

(20 bodova)

B

MATEMATIKA 3

(kolokvij iz vektorske analize, 04.11.2005.)

1. Parametrizirajte polovinu kugle radijusa 2 sa središtem u ishodištu koja se nalazi ispod xy-ravnine.

(15 bodova)

2. Koordinatizirajte krivulju koja opisuje gibanje od točke $A(1, 2, 0)$ do $B(5, 0, 1)$ tako da je

$$\vec{v}(0) = (4, -2, 1) \qquad \text{i} \qquad \vec{a} = \vec{0}.$$

(15 bodova)

3. Nađite vektor normale na plohu $z = 2x^2 - y + 3$ u točki $T(1, 2, 3)$.

(15 bodova)

4. Pokažite da je polje $\overrightarrow{F} = (2y + \sin z, 2x + 2y, x\cos z)$ konzervativno i izračunajte integral (rad) tog polja od točke $A(1, 2, 3)$ do točke $B(3, 2, 1)$.

(20 bodova)

5. Izračunajte masu valjka $y^2 + z^2 = 4$, $0 \leq x \leq 3$ kojemu je gustoća s $\rho(x, y, z) = 1 + \sqrt{y^2 + z^2}$.

(15 bodova)

6. Izračunajte

$$\oint_C \vec{F} d\vec{r}$$

za polje $\overrightarrow{F} = (y^2, zy, xy)$. Krivulja C je pozitivno orijentirani rub kvadrata $[-1, 1] \times [-1, 1]$ u xy-ravnini.

(20 bodova)