

MATEMATIKA IZVAN MATEMATIKE

Znanost, demokracija i matematika

ZVONIMIR ŠIKIĆ, Zagreb

Što je znanost? Kako za neku teoriju pravom možemo reći da je znanstvena?

Da ne bismo otišli u pretjerano teorijska razmatranja zadovoljit ćemo se odgovorom koji je sudac W. R. Overton dao u procesu protiv američke države Arkansas zbog njezinog zakona da teorija evolucije i kreacionizam moraju imati jednaku zastupljenost u znanstvenom obrazovanju Arkanzašana (takve je zakone 1995. i 1996. g. bilo predložilo pet američkih država). Naime, Ustav SAD strogo odvaja crkvu od države što implicira zabranu podučavanja vjerskih doktrina u državnim školama. To je navelo pobornike kreacionizma da tu vjersku doktrinu pokušaju uvesti u arkanzaške škole kao znanstvenu teoriju koja se na satovima biologije treba predavati paralelno s teorijom evolucije. To su i uspjeli spomenutim zakonom. Ipak, podnesena je tužba koja dovodi u pitanje znanstvenost kreacionizma, a time i ustavnost arkanzaškog zakona, pa je sudac Overton trebao neke kriterije po kojima će prosuđivati znanstvenost teorija. Odlučio se za manje – više standardne kriterije prema kojima je teorija znanstvena ako ima sljedeća svojstva:

- 1) Prihvata prirodne zakone.
- 2) Svoja objašnjenja temelji na prirodnim zakonima.
- 3) Moguće ju je empirijski provjeravati.
- 4) Moguće ju je opovrgnuti.
- 5) Njezine tvrdnje nisu apsolutne i konačne.

Budući da kreacionizam nema nijedno od ovih svojstava, sudac Overton odbacio je arkanzaški zakon kao neustavan.

Što je demokracija?

Najopćenitije kazano demokracija je način kolektivnog odlučivanja, koji u najvećoj mogućoj mjeri poštuje individualne odluke. Kako doći do demokratskih odluka nije lako pitanje i nekim njegovim aspektima posvetit ćemo zadnji dio ovog članka. Za sada samo napominjemo kako se radi o tome da se iz individualnih odluka izvedu kolektivne odluke i da se pritom osiguraju *jednaka* prava *svih* indivi-

POUČAK 5

dua. To se najčešće ne može postići u idealnom obliku, ali sustav je to demokratski-ji što veći broj individua, pod što jednakijim uvjetima, može sudjelovati u donošenju kolektivnih odluka.

Nakon što smo okvirno naznačili što mislimo pod znanošću i demokracijom prelazimo na pitanje njihovog odnosa.

Povijesna je činjenica da se klasična i moderna znanost javljaju istovremeno s klasičnom i modernom demokracijom. Kolijevka klasične jonske znanosti i demokracije antička je Grčka, dok je kolijevka moderne znanosti i demokracije novovjekovna Europa. Na istim prostorima i u istim vremenima pojavljuju se znanost i demokracija, a slijedi im razvojni “bum”. Je li to slučajno?

Jonsku znanost karakterizira odbacivanje *tajnog* i *posvećenog* znanja koje je dostupno samo *nekima* i prihvaćanje *javnog* i *običnog* znanja koje je dostupno *svima*. Jonska znanost nudi *prirodna objašnjenja* dostupna svima umjesto *natprirodnih objašnjenja* dostupnih samo posvećenima. Tu *autoritet* ustupa mjesto *empirijskoj provjeri* i *argumentu*, a *apsolutna nepogrešivost* posvećenoga znanja zamjenjuje se *pogrešivošću* običnoga znanja. Slične promjene susrećemo i u novovjekovnoj Europi. Renesansa će također odbaciti autoritet i prihvatiti argument. I ona će se pobuniti protiv posvećenoga znanja i svrstati uz obično znanje, te potražiti prirodna objašnjenja umjesto natprirodnih.

Veza s demokracijom je očita. Ako je znanje obično i svima dostupno, onda takvo mora biti i odlučivanje, jer znanje daje pravo na odluku. Novovjekovnu povijest Zapada možemo odčitavati i kao sve punije ostvarenje te osnovne ideje. U tom procesu, povratnom spregom, znanost gura demokraciju i demokracija znanost k svojim punim realizacijama. Vjerojatno bi se mogla obraniti teza da puna realizacija jedne ne bi bila moguća bez ostvarenja druge, kao ni druge bez prve, no ta je tema izvan okvira ovoga članka.

Ograničit ćemo se stoga na jednu konkretnu ilustraciju toga kako znanost, u ovom slučaju matematika, može unaprijediti demokraciju.

Podsjetimo se još jednom da je odlučivanje demokratsko ako se kolektivne odluke izvode iz individualnih uvažavanjem što većeg broja individualnih odluka. Ilustrirajmo to jednim jednostavnim primjerom.

Pretpostavimo da neki kolektiv od 7 individua treba odlučiti o svojim preferencijama između opcija A, B, C, D i E, te da individualne odluke izgledaju ovako:

1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7
A	A	A	B	B	C	E
C	D	D	C	D	B	B
B	C	C	D	C	D	D
D	E	E	A	A	A	C
E	B	B	E	E	E	A

Dakle, prva od sedam individua ponudene opcije preferira redosljedom A, C, B, D, E, tj. za nju je najbolja opcija A, nešto joj je lošija C, još lošija B, još lošija D i najlošija E. Sljedeće dvije individue preferiraju redosljed A, D, C, E, B; sljedeća nakon njih preferira redosljed B, C, D, A, E itd. do zadnje individue koja preferira redosljed E, B, D, C, A. To su individualne odluke o preferencijama. Problem je kako donijeti kolektivnu odluku o preferiranju ponuđenih opcija, tako da ona što više uvaži postojeće individualne odluke. Na primjer, koju bi opciju kolektiv trebao odabrati kao najbolju?

Odlučimo li se za *većinski sustav* donošenja kolektivnih odluka, najbolja je opcija A, jer nju kao najbolju opciju preferira (relativna) većina individua. Naime, 3 individue najboljom smatraju opciju A, 2 individue najboljom smatraju opciju B, a samo po 1 individua najboljima smatraju opcije C i E.

Odlučimo li se za *eliminatorni sustav*, najbolja je opcija B, jer će u prvom krugu biti eliminirane opcije C i E, a tada će u drugom krugu pobijediti opcija B. Naime, u drugom krugu će prve 3 individue kao najbolju preostalu opciju odabrati A, ali će zadnje 4 individue kao najbolju preostalu opciju (nakon eliminacije C i E) odabrati B.

Odlučimo li se za *bodovni sustav*, u kojem prva opcija dobiva 4 boda, druga 3, treća 2, četvrta 1 i peta 0 bodova, najviše će bodova skupiti opcija C, pa je prema tom sustavu ona najbolja.

Odlučimo li se za *niz duela* (dvoboja) u kojima se prvo ogledaju opcije A i B, zatim se pobjednik tog duela ogleda s C, zatim pobjednik tog duela s D i na kraju pobjednik tog duela s E, ustanovit ćemo da na kraju pobjeđuje opcija D. Dakle, prema tom sustavu najbolja je opcija D.

Mogli bismo se odlučiti i za *diktatorski sustav* u kojem je najbolja opcija ona koju preferira jedna istaknuta individua koju ćemo zvati diktatorom. Na primjer, ako je zadnja individua u našem početnom popisu individualnih preferencija diktator, onda će u diktatorskom sustavu pobijediti opcija E.

Sve u svemu, u različitim sustavima kolektivnog odlučivanja iz istih individualnih odluka izvode se različite kolektivne odluke:

Sustav	Kolektivna odluka
Većinski	A
Eliminatorni	B
Bodovni	C
Duelski	D
Diktatorski	E

POUČAK 5

Koja od ovih kolektivnih odluka u najvećoj mjeri odražava individualne odluke iz kojih je izvedena? Drugim riječima, koji od ovih sustava kolektivnog odlučivanja najbolje uvažava individualne odluke na koje je primijenjen? Još kraće kazano, koji je sustav najdemokratskiji?

Na ova pitanja nije lako odgovoriti, a uskoro ćemo vidjeti da jednoznačnog odgovora niti nema. Naime, želimo li odgovoriti na gore postavljena pitanja, najprije moramo odrediti kriterije na temelju kojih želimo uspoređivati međusobno različite sustave kolektivnog odlučivanja. Do danas su u političkoj i ekonomskoj praksi ponudeni mnogi takvi kriteriji od kojih ćemo razmotriti one najpoznatije i opće prihvaćene. To su *Pareto* i *Condorcetov* kriterij, te kriteriji *monotonosti* i *relevantnosti*. Osim tih, razmotrit ćemo još jedan u literaturi neobrađeni kriterij koji ovdje nazivamo *novinarskim*, zbog njegove česte i pogrešne primjene u novinarskim izvještajima. Krenimo redom.

Pareto kriterij je jednostavan: ako sve individue preferiraju opciju X u odnosu na opciju Y onda i kolektiv treba prihvatiti X u odnosu na Y. Za sustav kolektivnog odlučivanja koji ispunjava ovaj zahtjev kaže se da je Pareto.

Condorcetov kriterij nešto je složeniji. Ako neka opcija u direktnom duelu sa svakom pojedinom opcijom izlazi kao pobjednik (jednostavnom većinom individualnih glasova), onda za nju kažemo da je Condorcetov pobjednik. (U gornjem primjeru opcija C je Condorcetov pobjednik. Primijetimo međutim da raspodjela individualnih preferencija može biti takva da Condorcetov pobjednik ne postoji. Takva je primjerice sljedeća raspodjela individualnih preferencija:

1/3	1/3	1/3
A	C	B
B	A	C
C	B	A

A gubi u duelu s C, C gubi u duelu s B, a B gubi u duelu s A, pa nitko ne dobiva **sve** duele.) Ako je sustav kolektivnog odlučivanja takav da Condorcetov pobjednik, ukoliko postoji, uvijek pobjeđuje u tom sustavu, onda taj sustav zadovoljava Condorcetov kriterij i zove se Condorcetovim sustavom.

Kriterij monotonosti je sljedeći: ako iz zadanih individualnih preferencija slijedi kolektivna odluka koja preferira opciju X u odnosu na opciju Y, te ako se neka individua koja je preferirala Y u odnosu na X predomisli tako da počne preferirati X u odnosu na Y (tj. predomisli se u korist opcije X), onda kolektivna odluka i dalje mora preferirati X u odnosu na Y. Slobodnije kazano, ako se individualne odluke promijene u korist opcije X, to ne smije pogoršati položaj opcije X u kolektivnoj odluci. Za sustav odlučivanja koji ispunjava ovaj zahtjev kaže se da je monoton.

Kriterij relevantnosti je sljedeći: preferencijski odnos u koji su kolektivnom odlukom stavljene opcije X i Y ne smije se promijeniti ako se ne promjeni preferencijski odnos opcija X i Y bar u jednoj individualnoj odluci. Slobodnije kazano, da bi se promijenio odnos opcija X i Y u kolektivnoj odluci, on se mora promijeniti barem u jednoj individualnoj odluci. Za sustav kolektivnog odlučivanja koji ispunjava ovaj zahtjev kaže se da je relevantan.

Novinarski kriterij je sljedeći: ako kolektivna odluka iz zadanih individualnih preferencija izvodi opciju X kao najbolju, te ako se promjenom individualnih preferencija (uz ostalo) poveća broj individua koje X smatraju najboljom opcijom, onda će kolektivna odluka i u tom slučaju izvesti X kao najbolju opciju. Slobodnije kazano, pobjednik se ne može pretvoriti u gubitnika ako se poveća broj individua koje ga smatraju najboljom opcijom. Taj smo sustav nazvali novinarskim, jer novinari svoja izborna predviđanja često temelje na prešutnoj pretpostavci da izborni sustavi imaju to svojstvo.

Ako ih procjenjujemo s demokratskih pozicija, navedeni se kriteriji čine toliko razumnima da većina ljudi smatra nedopustivim da sustav demokratskog kolektivnog odlučivanja ne ispunjava neki od tih kriterija. Međutim, nijedan od uobičajenih sustava ne ispunjava sve navedene kriterije. Pogledajmo kako stvari stoje s najpoznatijim sustavima koje smo već razmatrali:

	Pareto	Condorcet	Monoton	Relevantan	Novinarski
Većinski	DA	NE	DA	NE	DA
Eliminatorni	DA	NE	NE	NE	NE
Bodovni	DA	NE	DA	NE	NE
Duelski	NE	DA	DA	NE	DA
Diktatorski	DA	NE	DA	DA	DA

Dakle, većinski sustav je Pareto, nije Condorcetov, monoton je, ali nije relevantan i novinarski je. Eliminatorni sustav je Pareto, ali ne zadovoljava nijedan od preostalih kriterija. I tako dalje. Svaka od činjenica iz gornje tablice može se matematički egzaktno dokazati, a ovdje ćemo, za primjer, dokazati samo dvije.

Dokažimo najprije da većinski sustav nije Condorcetov. U tu svrhu zamislimo 9 individua koje trebaju odlučiti između opcija A, B i C i pretpostavimo da su njihove individualne odluke o preferencijama sljedeće:

4/9	3/9	2/9
A	B	C
B	C	B
C	A	A

Poučak 5

U većinskom sustavu pobijedit će opcija A, a lako je provjeriti da je Condorcetov pobjednik opcija B. Dakle, većinski sustav nije Condorcetov.

Dokažimo još da eliminatorni sustav nije novinarski. U tu svrhu zamislimo sljedeću razdiobu individualnih preferencija:

40%	29%	31%
A	B	C
B	A	B
C	C	A

Uz tu razdiobu opcija B bit će eliminirana u prvom krugu izbora, a zatim će opcija A pobijediti u drugom krugu. Povećajmo sada broj individualnih lista koje opciju A stavljaju na prvo mjesto, na sljedeći način:

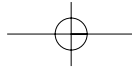
43%	29%	28%
A	B	C
B	A	B
C	C	A

Iako se broj 1. mjesta za opciju A povećao (sa 40% na 43%) ona će u toj “povoljnijoj” situaciji izgubiti izbore, jer će sada C otpasti u prvom krugu pa će B pobijediti u drugom krugu.

Čini se da moramo smisliti nove sustave kolektivnog odlučivanja težimo li uistinu demokratskim sustavima koji ispunjavaju sve postavljene kriterije. Nažalost, to nije moguće. Američki matematičar i kasnije ekonomist Kenneth J. Arrow dokazao je, u svojoj doktorskoj dizertaciji iz 1950. g., da je matematički nemoguć sustav kolektivnog odlučivanja koji bi bio Pareto, relevantan i nediktatorski. Za taj je rezultat 1972. g. dobio Nobelovu nagradu za ekonomiju. To je bio prvi iz cijelog niza matematičkih rezultata kojima je dokazano da su mnogi demokratski kriteriji međusobno suprotstavljeni, tj. da se ne mogu zajedno realizirati u istom sustavu kolektivnog odlučivanja.

Do toga neminovno dolazi čim su u igri više od dvije opcije. Naime, ako se treba odlučiti samo između dvije opcije, onda se može matematički egzaktno dokazati da je većinski sustav kolektivnog odlučivanja jedini sustav koji jamči monotonost, jednakost svih individualnih odluka i neutralnost prema obje opcije (u tu svrhu se jednakost i neutralnost mogu egzaktno definirati, čime se ovdje nećemo opterećivati). Taj je dokaz prvi objavio K. May 1952. g.

Za odabir između tri ili više opcija idealnih rješenja, koja naivno teže ispunjavanju svih samih po sebi demokratski prihvatljivih kriterija, naprosto nema. To je izuzetno važno znati i razumjeti jer je naivna potraga za tim himerama često vo-



dila k tragičnim posljedicama. Na to je ukazo i K. J. Arrow, u svojem govoru na dodjeli Nobelove nagrade 1972. g.:

“... most individuals underestimate the uncertainty of the world. Vast ills have followed a belief in certainty, whether historical inevitability, grand diplomatic designs, or extreme views on economic policy.”

(“... većina ljudi podcjenjuje nesigurnost svijeta. Velika zla proizašla su iz te vjere u sigurnost koja se pojavljuje kao vjera u povijesnu nužnost, velebne diplomatske sheme ili ekstremnu ekonomsku politiku.”)

