

TRANSPORTNI UREĐAJI

VJEŽBE - 12

asistent: Matija Hoić, mag. ing. mech.

INFORMACIJE

-2. KOLOKVIJ

- 31.05.2011. – 10:00 – D dvorana
- pravo izlaska na drugi kolokvij imaju oni koji su položili prvi kolokvij

-ocjene iz oba kolokvija sačinjavaju ocjenu pismenog

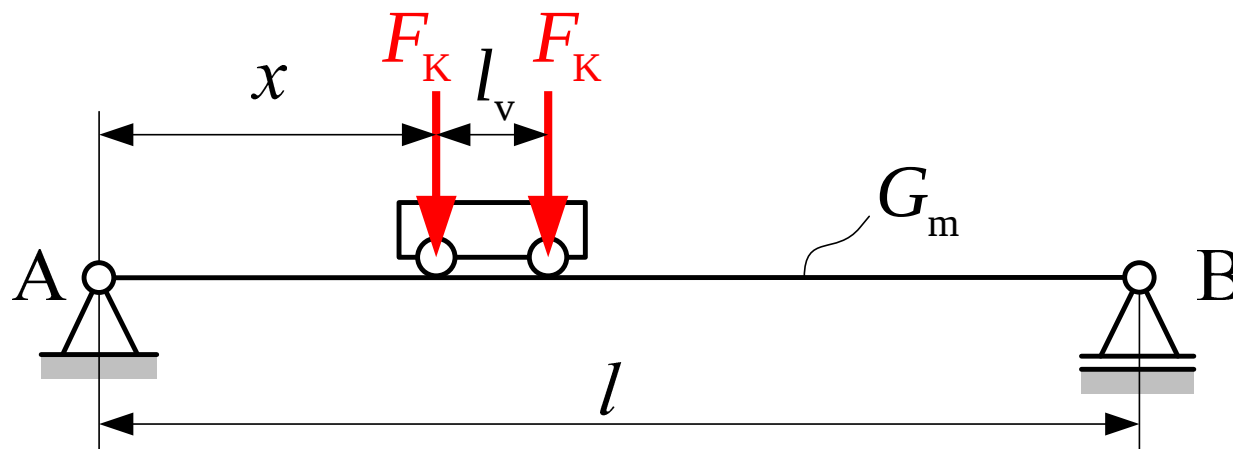
- ANKETA

- preko ISVU-a
- od 16. svibnja 2011. do 3. lipnja 2011.
- statistički obrađeni podaci predaju se nastavnicima – nema osobnih podataka

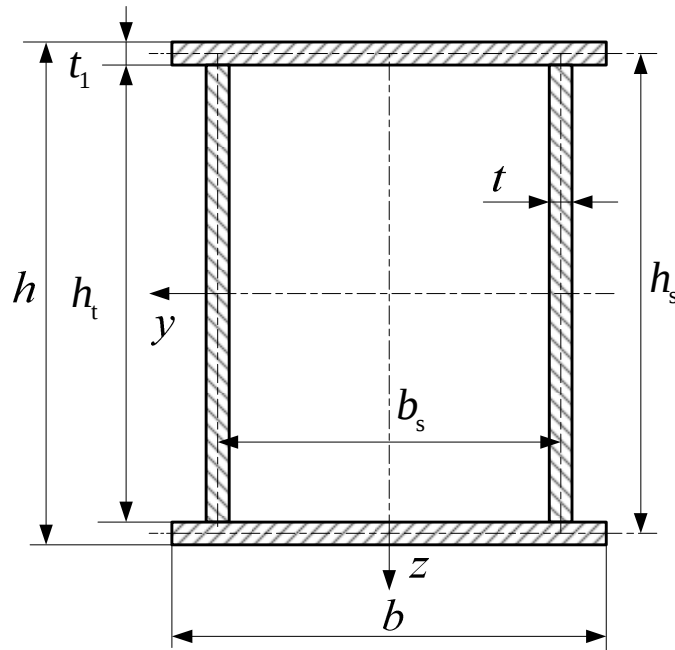


ZADATAK 26 (1)

Za mosni granik s dva nosača nosivosti 25 t i raspona 20 m oblikovati presjek kutijastog nosača (pretpostaviti visinu i širinu nosača te debljinu limova uz **obrazloženje**). Masa vitla je 6 t a razmak kotača vitla na mostu je $l_v = 3$ m. Teret je zavješan simetrično u odnosu na kotače vitla. Težinu jednog nosača uzeti $G_m/l = 3$ kN/m. Nacrtati tijek dijagrama momenta savijanja na nosaču ovisno o položaju vitla i izračunati maksimalni moment savijanja u nosaču od vertikalnog opterećenja.



ZADATAK 26 (2)



$$h = 1200 \text{ mm}; \quad h = \left(\frac{1}{12} \dots \frac{1}{18} \right) l$$

$$b = 500 \text{ mm}; \quad b = \left(\frac{1}{3} \dots \frac{1}{2} \right) h$$

$$t = 12 \text{ mm}; \quad t = \frac{h}{120}$$

$$t_1 = 20 \text{ mm}; \quad t_1 = (1, 2 \dots 2) t$$

$$b_s = 400 \text{ mm}; \quad b_s \geq \frac{l}{60}$$

$$h_s = h - t_1 = 1200 - 20 = 1180 \text{ mm}$$

$$h_t = h - 2t_1 = 1200 - 2 \cdot 20 = 1160 \text{ mm}$$

Oblikovanje kutijastog nosača za granike velike nosivosti

- kod manjih tereta – gotovi profili – podaci iz tablica, kataloga, standarda....

ZADATAK 26 (3)

OBRAZLOŽENJE: Nosač zadovoljava uvjet nosivosti ako zadovoljava progib, tj. ako je progib manji od dopuštenog:

$$w_m \leq w_d = \frac{l}{600} \dots \frac{l}{1000}$$

$$w_m \leq w_d = \frac{l}{600} = \frac{20000}{600} = 33,3 \text{ mm}$$

NAPOMENA:

Zadovoljeni uvjet progiba u većini slučajeva znači i zadovoljeni uvjet čvrstoće. Ako je most kratak, raste utjecaj poprečne sile naspram momenta i mogućnost da čvrstoća nije zadovoljena – PROVJERITI ČVRSTOĆU

Stvarni progib nosača mosta za ovaj slučaj:

$$w_m = \underbrace{\frac{F_K}{48EI_y} \left(l - \frac{l_v}{2} \right) \left[3l^2 - \left(l - \frac{l_v}{2} \right)^2 \right]}_{\text{PROGIB OD TEŽINE VITLA}} + \underbrace{\frac{5G_{\text{nos}} l^3}{384EI_y}}_{\text{PROGIB OD VLASTITE TEŽINE}}$$

ZADATAK 26 (4)

Sila na kotaču - uz pretpostavku jednolikog opterećenja sva 4 kotača

$$F_K = \frac{1}{4} \cdot (Q + m_v) g = \frac{1}{4} (25 + 6) \cdot 9,81 \cdot 10^3 = 76027 \text{ N}$$

Težina nosača

$$G_{\text{nos}} = \frac{G_m}{l} \cdot l = 30 \cdot 10^3 \cdot 20 = 60000 \text{ N}$$

Moment tromosti presjeka nosača mosta:

$$I_y = 2 \left[\frac{t \cdot h_t^3}{12} + \frac{b \cdot t_1^3}{12} + \left(\frac{h_s}{2} \right)^2 \cdot t_1 \cdot b \right] = 2 \left[\frac{12 \cdot 1160^3}{12} + \frac{500 \cdot 20^3}{12} + \left(\frac{1180}{2} \right)^2 \cdot 20 \cdot 500 \right]$$

$$I_y = 1,00845 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$



ZADATAK 26 (5)

Uvrštavanjem slijedi:

$$w_m = \frac{76027}{48 \cdot 210000 \cdot 1,00845 \cdot 10^{10}} \left(20 - \frac{3}{2}\right) \cdot 10^3 \left[3 \cdot 20000^2 - \left(20000 - \frac{3000}{2}\right)^2 \right] +$$
$$+ \frac{5 \cdot 60000 \cdot 20000^3}{384 \cdot 210000 \cdot 1,00845 \cdot 10^{10}}$$

$$w_m = 14,8 \text{ mm} \leq w_d = 33,3 \text{ mm}$$

ZADOVOLJAVA - **PREDIMENZIONIRANO**

Treba olakšati presjek kutijastog nosača da se postigne

$$0,8w_d \leq w_m \leq w_d$$



ZADATAK 26 (6)

$$h = 1100 \text{ mm};$$

$$b = 450 \text{ mm};$$

$$t = 8 \text{ mm};$$

$$t_1 = 14 \text{ mm};$$

$$b_s = 400 \text{ mm};$$

$$h_s = h - t_1 = 1100 - 14 = 1086 \text{ mm};$$

$$h_t = h - 2t_1 = 1100 - 2 \cdot 14 = 1072 \text{ mm}$$

$$I_y = 5,3579 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$w_m = 27,88 \text{ mm} \leq w_d = 33,3 \text{ mm}$$

NOVI SET ODABRANIH

DIMENZIJA

PREPORUKA – KORISTITI

SOFTVER: EXCELL,

MATLAB, MATHEMATICU,

MATHCAD.....

ODNOS POVRŠINA
PRESJEKA

$$A_1 = 0,0478 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 0,0297 \text{ m}^2$$

SMANJENJE ZA 38%

ZADOVOLJAVA – moguća daljnja poboljšanja (pokušati sa $h = 1040 \text{ mm}$: $w_m = 32,5 \text{ mm}$), ali uz smanjeni dobitak na masi !!



ZADATAK 26 (7)

Tijek momenta savijanja - iz jednažbi ravnoteže za danu gredu

$$\sum M_1 = 0 \Rightarrow$$

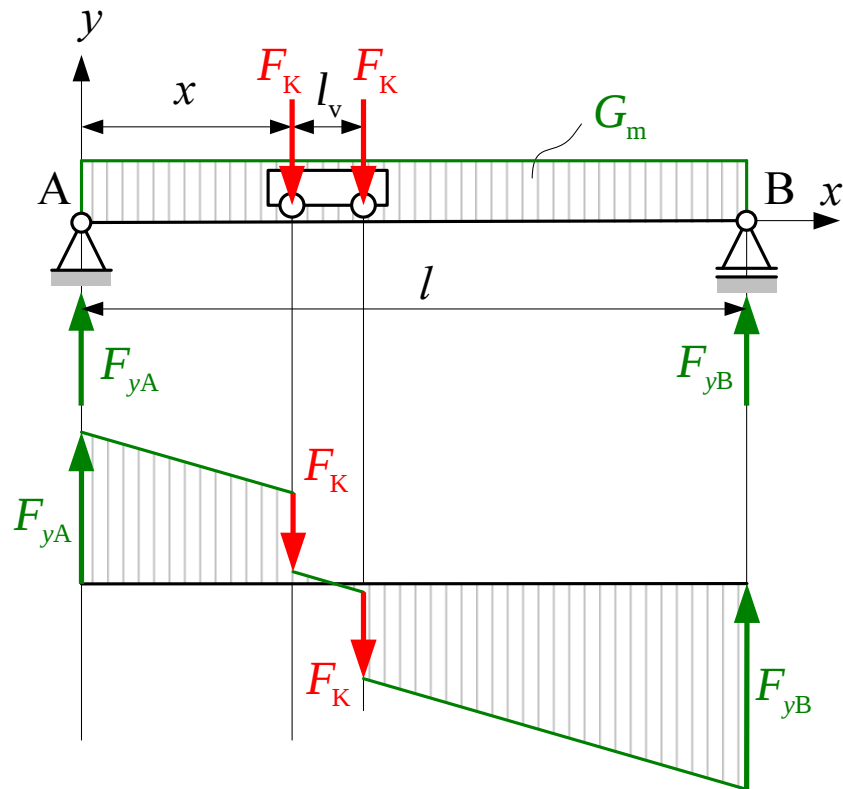
$$F_{yB} \cdot l = q \cdot l \cdot \frac{l}{2} + F_K \cdot x + F_K \cdot (x + l_v)$$

$$F_{yB} = q \cdot \frac{l}{2} + F_K \cdot \left(\frac{2x + l_v}{l} \right)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow$$

$$F_{yA} = 2F_K + q \cdot l - F_{y2}$$

$$F_{yA} = q \cdot \frac{l}{2} + F_K \cdot \left(2 - \frac{2x + l_v}{l} \right)$$



ZADATAK 26 (8)

Moment savijanja

$$M_z = \left[F_{yA} - q \cdot \frac{x}{2} \right] \cdot x$$

$$M_z = q \cdot \frac{l}{2} \cdot x + 2F_K \cdot x - \frac{2F_K}{l} \cdot x^2 - \frac{2F_K \cdot l_v}{l} \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2}$$

Najveću vrijednost moment će postići na mjestu na kojem prva derivacija bude jednaka nuli:

$$\frac{dM_z}{dx} = q \cdot \frac{l}{2} + 2F_K - \frac{4F_K}{l} \cdot x - \frac{F_K \cdot l_v}{l} - q \cdot x = 0$$

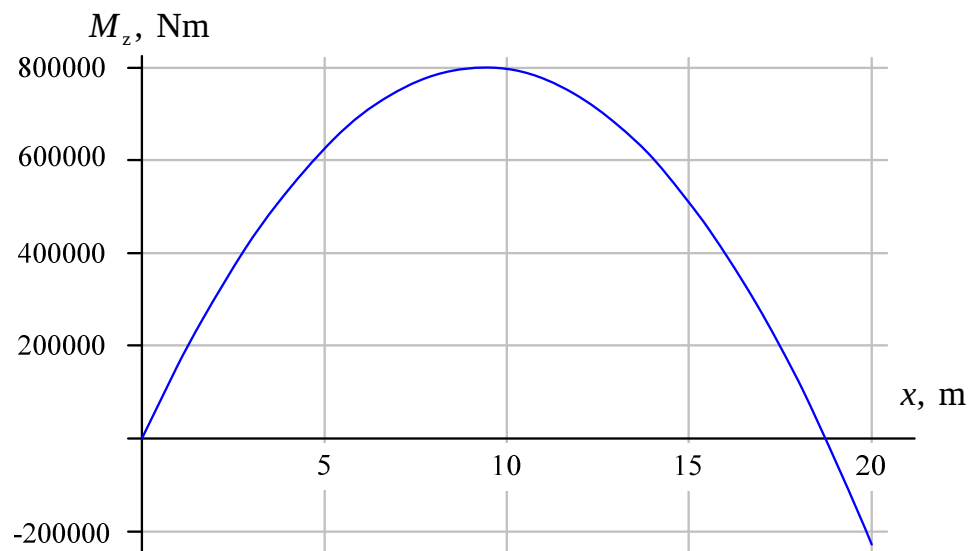
$$x = \frac{q \cdot \frac{l^2}{2} + F_K (2l - l_v)}{q \cdot l + 4F_K} = \frac{3000 \cdot \frac{20^2}{2} + 76027 (2 \cdot 20 - 3)}{3000 \cdot 20 + 4 \cdot 76027} = 9,373 \text{ m}$$



ZADATAK 26 (9)

Maksimalni moment savijanja je stoga jednak:

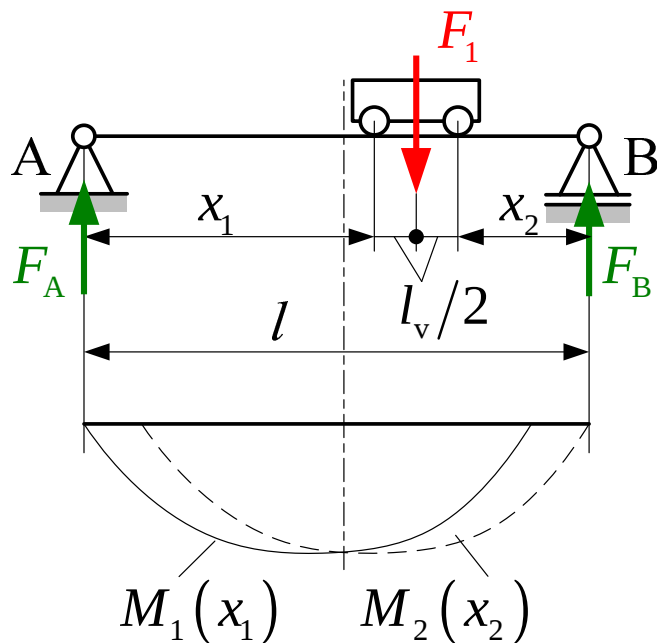
$$M_z = 3000 \cdot \frac{20}{2} \cdot 9,373 + 2 \cdot 76027 \cdot 9,373 - \frac{2 \cdot 76027}{20} \cdot 9,373^2 - \frac{3 \cdot 76027}{20} \cdot 9,373 - 3000 \frac{9,373^2}{2} = 799801 \text{ Nm}$$



ZADATAK 26 (10)

Odakle jednažba za progib???

1.) **Sumiranje momenata** koji se javljaju ispod pojedinih kotača uslijed djelovanja jedne koncentrirane sile



$$M_1(x_1) = F_A \cdot x_1 = \frac{F_1}{l} \left(l - x_1 - \frac{l_v}{2} \right) x_1$$

$$M_2(x_2) = F_B \cdot x_2 = \frac{F_1}{l} \left(l - x_2 - \frac{l_v}{2} \right) x_2$$

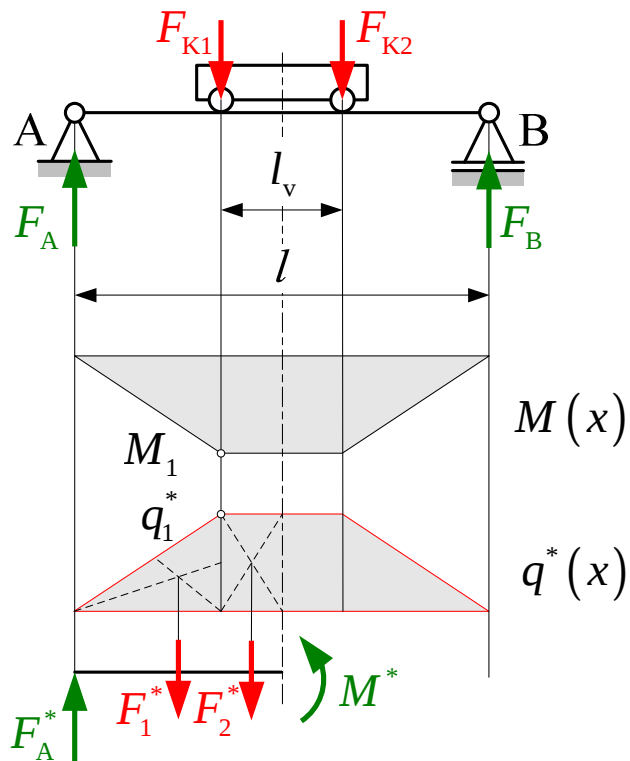
$$x_1 = x_2 = \frac{l}{2} \quad M_y = M_1 + M_2 \quad F = F_1/2$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{M_y}{EI} \Rightarrow w = \frac{F}{48EI} \left(l - \frac{l_v}{2} \right) \left[3l^2 - \left(l - \frac{l_v}{2} \right)^2 \right]$$

ZADATAK 26 (11)

Druge opcije...

2.) Metoda analogne grede



$$F_{K1} = F_{K2} = F = F_A = F_B$$

$$M_1 = F \cdot \frac{l - l_v}{2}$$

$$q^*(x) = \frac{M(x)}{EI}$$

$$q_1^* = \frac{M_1}{EI}$$

$$F_1^* = \frac{1}{8} \frac{F}{EI} (l - l_v)^2$$

$$F_2^* = \frac{1}{4} \frac{F}{EI} (l - l_v) l_v$$

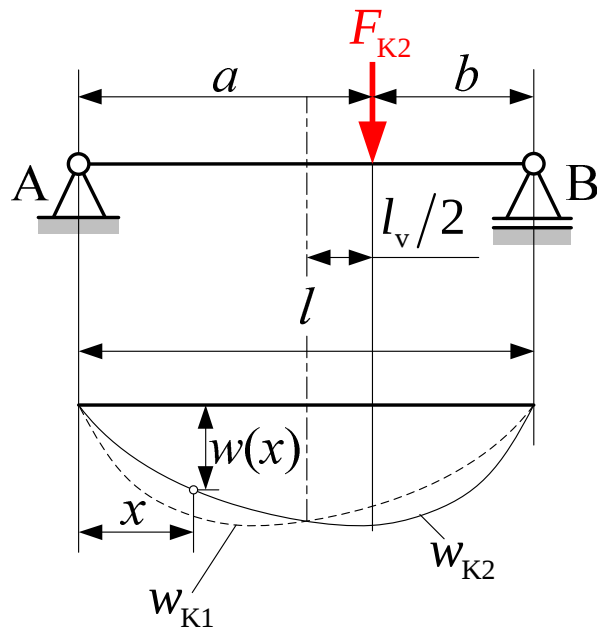
$$M^*(l/2) = w = F_A^* \cdot \frac{l}{2} - F_1^* \left(\frac{l}{6} + \frac{l_v}{3} \right) - F_2^* \frac{l_v}{4}$$

$$\Rightarrow w = \frac{F}{48EI} (l - l_v) \left[3l^2 - (l - l_v)^2 \right]$$

ZADATAK 26 (12)

Druge opcije...

3.) **Sumiranje pomaka dvaju koncentriranih sila** koje se razmatraju kao zasebna opterećenja (pomak od jedne iz priručnika)



$$w(x) = \frac{F a b^2}{6EI} \left[\left(1 - \frac{l}{b} \right) \frac{x}{l} - \frac{x^3}{a b l} \right]$$

$$w = w_{K1}(x_1) + w_{K2}(x_2)$$

$$w_{\max} = w_{K1} \left(x_1 = \frac{l - l_v}{2} \right) + w_{K2} \left(x_2 = \frac{l + l_v}{2} \right) \Rightarrow w_{\max} = 2 \cdot w_{K2} \left(x_2 = \frac{l + l_v}{2} \right)$$



ZADATAK 26 (13)

Druge opcije...

3.) **Sumiranje pomaka dvaju koncentriranih sila** koje se razmatraju kao zasebna opterećenja (pomak od jedne iz priručnika)

$$w_{\max} = w_{K1} \left(x_1 = \frac{l - l_v}{2} \right) + w_{K2} \left(x_2 = \frac{l + l_v}{2} \right) = 2 \cdot w_{K2} \left(x_2 = \frac{l + l_v}{2} \right)$$

$$w_{\max} = \frac{F}{48EI} (l - l_v) \left[3l^2 - (l - l_v)^2 \right]$$

4.) **Aproksimacija opterećenja mosta jednom koncentriranom silom**

$$2F = F_{K1} + F_{K2} \quad \Rightarrow \quad w = \frac{2F \cdot l^3}{48EI}$$



ZADATAK 26 (14)

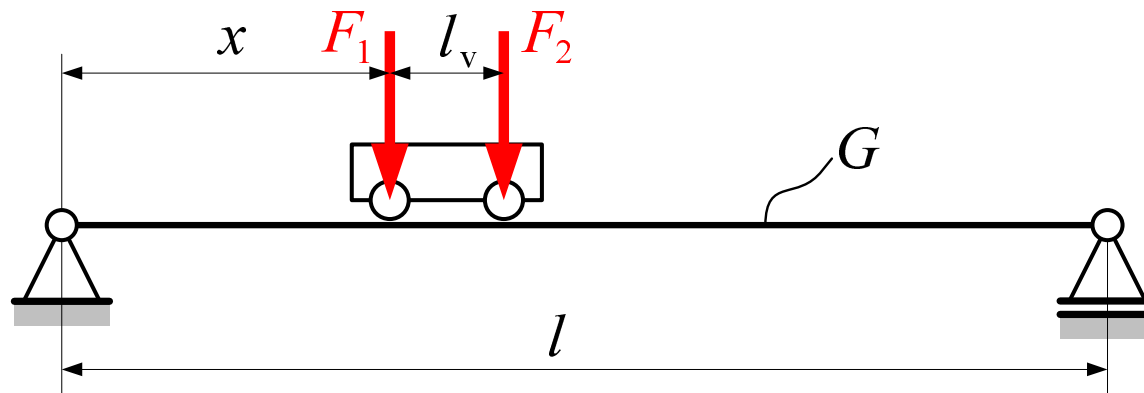
Usporedba rezultata

Metoda izvoda	Izraz progiba uslijed djelovanja 2 koncentrirane sile	Progib [mm]	Progib od vlastite težine [mm]	Ukupni progib [mm]
Sumiranje momenata	$w = \frac{F}{48EI} \left(l - \frac{l_v}{2} \right) \left[3l^2 - \left(l - \frac{l_v}{2} \right)^2 \right]$	22,33	$\frac{5G_{nos}l^3}{384EI}$ 5,55	27,88
Metoda analogne grede	$w_{max} = \frac{F}{48EI} (l - l_v) \left[3l^2 - (l - l_v)^2 \right]$	21,79		27,34
Sumiranje pomaka	$w_{max} = \frac{F}{48EI} (l - l_v) \left[3l^2 - (l - l_v)^2 \right]$	21,79		27,34
Aproksimacija 1 silom	$w = \frac{2F \cdot l^3}{48EI}$	22,15		27,7

SVA 4 PRISTUPA ZADOVOLJAVAJU PRAKTIČNE PRIMJENE

ZADATAK 27 (1)

Glavni nosač mosnog granika (kutijaste izvedbe iz čeličnog lima) opterećen je vlastitom težinom G i s dvije pokretne koncentrirane vertikalne sile $F_1 = F_2 = F$ (opterećenje kotača vitla). Pri položaju vitla na sredini nosača, izmjereno je vertikalni progib nosača w , tako da je $w/l = 1/700$. Koliko je maksimalno naprezanje u nosaču uslijed savijanja ako je odnos visine i raspona nosača $h/l = 1/15$, $2F/G = 4$ i $l_v = l/6$



PROVJERA IZNOSA NAPREZANJA NA GOTOVOM GRANIKU

ZADATAK 27 (2)

Naprezanje u horizontalnoj gredi opterećenoj na savijanje u svakoj točki x jednako je:

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{W(x)} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{\max} = \frac{M(l/2)}{W(l/2)}$$

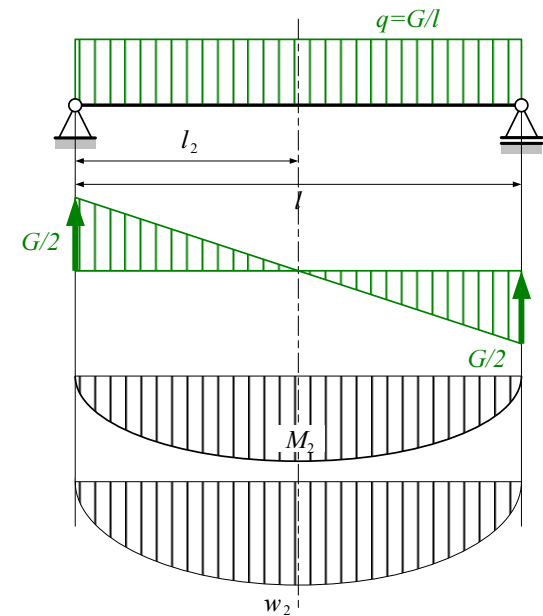
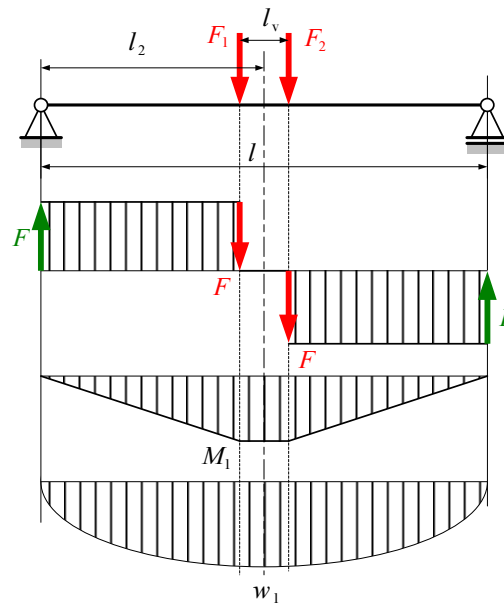
Ukupni moment:

$$M_{\max} = M_1 + M_2$$

$$M_{\max} = F \cdot \frac{l - l_v}{2} + \frac{G \cdot l}{8}$$

$$M_{\max} = 2G \cdot \frac{l - l/6}{2} + \frac{G \cdot l}{8}$$

$$M_{\max} = \frac{23}{24} Gl$$



ZADATAK 27 (3)

Poznata je veza momenta otpora i momenta tromosti presjeka

$$W = I / \frac{h}{2}$$

Izraz za progib :

$$w = \frac{F}{48EI} \left(l - \frac{l_v}{2} \right) \left[3l^2 - \left(l - \frac{l_v}{2} \right)^2 \right] + \frac{5Gl^3}{384EI}$$

$$I = \frac{1}{48E_w} \left\{ F \left(l - \frac{l_v}{2} \right) \left[3l^2 - \left(l - \frac{l_v}{2} \right)^2 \right] + \frac{5}{8} Gl^3 \right\}$$

Uvrštavanjem zadanih odnosa:

$$\frac{w}{l} = \frac{1}{700}$$

$$F = 2G$$

$$l_v = \frac{l}{6}$$

$$h = \frac{l}{15}$$



ZADATAK 27 (4)

moment inercije presjeka

$$I = \frac{700}{48El} \left\{ 2G \left(l - \frac{l_v}{2} \right) \left[3l^2 - \left(l - \frac{l}{12} \right)^2 \right] + \frac{5}{8} Gl^3 \right\}$$

$$I = 0,0003184 \cdot G \cdot l^2$$

Slijedi iznos naprezanja

$$\sigma = \frac{M}{I \cdot \frac{h}{2}} = \frac{M}{I} \cdot \frac{h}{2} = \frac{\frac{23}{24} Gl}{0,0003184 Gl^2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{23}{24 \cdot 0,0003184} \cdot \frac{1}{15 \cdot 2}$$

$$\sigma = 100,3 \text{ N/mm}^2$$

Iz poznatih veličina (dimenzije, materijal i teret) uz mjerenje progiba moguće odrediti iznos naprezanja

