FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

KATEDRA ZA TEHNIČKU TERMODINAMIKU

NEKOLIKO RIJEŠENIH ZADATAKA

za vježbe iz

UVODA U TERMODINAMIKU

Priredio: Boris Halasz

ZAGREB, akad. g. 2014/2015.

151. Kroz dugačku vodoravnu čeličnu cijev promjera 50/60 mm struji voda temperature 100 °C brzinom 0,5 m/s. Cijev je okružena zrakom temperature 10 °C.

Treba izračunati:

a) Koeficijent prijelaza topline na strani vode;

b) Koeficijent prijelaza topline na strani zraka uz pretpostavku da nema *nametnutoga* strujanja zraka;

b) Koeficijent prijelaza topline na strani zraka, ako on nastrujava *okomito* na cijev brzinom 1 m/s!

Za očitavanje fizikalnih svojstava zraka u slučajevima b) i c) pretpostaviti da je temperatura stijenke 100 °C!

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Prikazati postupak računanja za različite geometrijske modele.)

a) Zadana je brzina vode $w_u = 0{,}5$ m/s

<u>Prisilna konvekcija, strujanje kroz cijev</u>

$$Re = \frac{w_u\, d_u}{\nu} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}05}{0{,}2940 \cdot 10^{-6}} = 85000 >> 3000$$

Strujanje je <u>turbulentno</u>, pa vrijedi izraz:

$$Nu = \frac{\alpha_u\, d_u}{\lambda} = \frac{0{,}0398\; Pr\; Re^{0,75}}{1 + 1{,}74\; Re^{-0,125}(Pr - 1)}$$

$$Nu = \frac{\alpha_u\, d_u}{\lambda} = \frac{0{,}0398 \cdot 1{,}7494 \cdot 85000^{0,75}}{1 + 1{,}74 \cdot 85000^{-0,125}(1{,}7494 - 1)} = 263{,}6$$

$$\alpha_u = \frac{Nu\,\lambda}{d_u} = \frac{263{,}6 \cdot 0{,}6791}{0{,}05} = 3580 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

- voda
Topl. tablice, str.43
<u>ϑ_m = 100 °C (zadana)</u>
ρ = 958,41 kg/m^3
c = 4,2166 kJ/(kg K)
λ = 0,6791 W/(m K)
η = 281,75·10^{-6} N s/m^2

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = 0{,}2940 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}$$

$Pr = 1{,}7494$

Za kapljevine je α obično velik i kreće se od barem nekoliko stotina do (češće) nekoliko tisuća W/(m^2 K)

b) Ako nema *nametnutog* strujanja zraka, konvekcija je <u>slobodna</u> (brzina postoji, izazvana je uzgonom, ali nam iznos nije poznat; obično je manja nego kod prisilne konvekcije)

<u>Slobodna konvekcija, vodoravna cijev</u>

$$Gr = \frac{T_s - T_o}{T_o}\,\frac{g\, d_v^3}{\nu_s^2} = \frac{373{,}15 - 283{,}15}{283{,}15} \cdot \frac{9{,}81 \cdot 0{,}06^3}{\left(23{,}36 \cdot 10^{-6}\right)^2} = 1{,}234 \cdot 10^6$$

Kako je očito $(Gr{\cdot}Pr) > 1000$, vrijedi izraz:

$$Nu = \frac{\alpha_{v,b}\, d_v}{\lambda} = 0{,}41 \sqrt[4]{Gr\; Pr} = 0{,}41 \sqrt[4]{1{,}234 \cdot 10^6 \cdot 0{,}7118} = 12{,}55$$

ili (s $0{,}41 \cdot \sqrt[4]{0{,}71} \cong 0{,}38$ <u>samo za dvoatomne plinove</u>!):

$$Nu = \frac{\alpha_{v,b}\, d_v}{\lambda} = 0{,}38 \sqrt[4]{Gr} = 0{,}38 \sqrt[4]{1{,}234 \cdot 10^6} = 12{,}67\;;$$

$$\alpha_{v,b} = \frac{Nu\,\lambda}{d_v} = \frac{12{,}55 \cdot 0{,}02810}{0{,}06} = 5{,}88 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

- zrak
Topl. tablice, str.41
<u>ϑ_s = 100 °C</u>
ρ = 0,9336 kg/m^3
η = 21,809·10^{-6} N s/m^2
ν = 23,36·10^{-6} m^2/s

$$\vartheta_m = \frac{100 + 10}{2} = 55 \text{ °C}$$

ρ = 1,0619 kg/m^3
c_p = 1,0085 kJ/(kg K)
λ = 0,02810 W/(m K)
η = 19,834·10^{-6} N s/m^2
ν = 18,68·10^{-6} m^2/s
Pr = 0,7118

c) Zadana je brzina strujanja zraka okomito na cijev, w_v = 1 m/s – prisilna konvekcija

<u>Prisilna konvekcija, strujanje okomito na vodoravnu cijev</u>

$$Re = \frac{w_v\ d_v}{\nu} = \frac{1 \cdot 0{,}06}{18{,}68 \cdot 10^{-6}} = 3212; \qquad 40 < Re < 4000$$

K = 0,689; K_L = 0,615; m = 0,466

$$Nu = \frac{\alpha_{v,c}\ d_v}{\lambda} = K\ Re^m\ Pr^{1/3} = 0{,}689 \cdot 3212^{0{,}466}\ 0{,}7118^{1/3} = 26{,}50$$

ili (s $K \cdot \sqrt[3]{0{,}71} \cong K_L$ <u>opet samo za dvoatomne plinove</u>!):

$$Nu = \frac{\alpha_{v,c}\ d_v}{\lambda} = K_L\ Re^m = 0{,}615 \cdot 3212^{0{,}466} = 26{,}50 \text{ - isto!}$$

$$\alpha_{v,c} = \frac{Nu\,\lambda}{d_v} = \frac{26{,}50 \cdot 0{,}02810}{0{,}06} = 12{,}4\ \text{W/(m}^2\text{K)}$$

- zrak
Topl. tablice, str.41

$$\vartheta_m = \frac{100+10}{2} = 55\ °\text{C}$$

ρ = 1,0619 kg/m^3
c_p = 1,0085 kJ/(kg K)
λ = 0,02810 W/(m K)
η = 19,834·10^{-6} N s/m^2
ν = 18,68·10^{-6} m^2/s
Pr = 0,7118

Iz primjera b) i c) već se vidi da koeficijent prijelaza topline kod plinova ima red veličine nekoliko W/(m^2 K) do nekoliko desetaka, pa i (rjeđe) nekoliko stotina W/(m^2 K).

152. Bočno staklo autobusa široko je 1,5 m i visoko 1 m, debljine 8 mm ($\lambda = 0{,}8$ W/(m K)). S unutarnje strane, odozdo prema gore, puše zrak temperature 40 °C brzinom 2 m/s. S vanjske strane je zrak temperature 0 °C.

Treba izračunati koeficijent prijelaza topline na unutarnjoj i vanjskoj površini stakla i toplinski tok kroz taj prozor, kao i temperaturu unutarnje površine stakla, za slučaj:

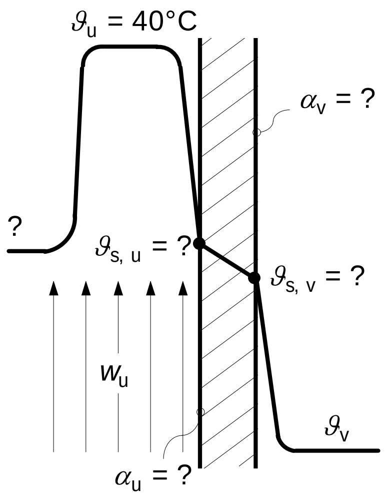
a) da *autobus stoji* i *nema vjetra*;

b) da *vjetra nema*, ali da *autobus vozi* brzinom 80 km/h.

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Osim računanja koeficijenta prijelaza topline, pokazati i kako se pretpostavlja i provjerava temperatura stijenke.)

S obzirom na to da temperatura stijenke nije poznata (niti unutarnja niti vanjska), treba barem orijentacijski pretpostaviti njihov iznos (da bismo mogli iz tablica očitati potrebna toplinska svojstva zraka), a kasnije tu pretpostavku provjeriti.

Za prvi korak ćemo pretpostaviti da su koeficijenti prijelaza topline na obje površine stakla jednaki i da iznose oko 10 W/(m^2 K). Tada su toplinski otpori:



$$\frac{1}{\alpha_u} \approx 0{,}1 \quad (\mathrm{m^2\,K})/\mathrm{W}\,,$$

$$\frac{\delta_s}{\lambda_s} = \frac{0{,}008}{0{,}8} \approx 0{,}01 \quad (\mathrm{m^2\,K})/\mathrm{W}\,,$$

$$\frac{1}{\alpha_v} \approx 0{,}1 \quad (\mathrm{m^2\,K})/\mathrm{W}\,,$$

što znači da je otpor provođenju oko deset puta manji od ostala dva i za prvi korak ćemo ga zanemariti. Iz toga onda slijedi da je temperatura unutarnje i vanjske površine stakla:

$$\vartheta_{s,u} \approx \vartheta_{s,v} \approx \frac{\vartheta_u + \vartheta_v}{2} = \frac{40+0}{2} = 20 \ \ ^\circ\mathrm{C}$$

Unutarnja površina – zrak struji odozdo prema gore (u smjeru visine $H = 1$ m). Konvekcija je prisilna, jer je izazvana ventilatorom.

Prisilna konvekcija, strujanje duž ravne stijenke “duljine” *H*

$$Re = \frac{w_u\,H}{\nu} = \frac{2\cdot 1}{16{,}26\cdot 10^{-6}} = 123\,000\,;$$

Strujanje je *laminarno*, jer je $Re < 500\,000$, pa vrijedi formula:

$$Nu = \frac{\alpha_u\,H}{\lambda} = 0{,}664\,Re^{1/2}\,Pr^{1/3} = 0{,}664\cdot 123000^{0{,}5}\cdot 0{,}715^{1/3} =$$

$$= 208$$

$$\alpha_u = \frac{Nu\,\lambda}{H} = \frac{208\cdot 0{,}0263}{1} = 5{,}48 \ \mathrm{W/(m^2\,K)}$$

- zrak
Topl. tablice, str.41

$$\vartheta_m = \frac{40+20}{2} = 30 \ \ ^\circ\mathrm{C}$$

$\rho = 1{,}1492$ kg/m^3
$c_p = 1{,}0066$ kJ/(kg K)
$\lambda = 0{,}0263$ W/(m K)
$\eta = 18{,}68\cdot 10^{-6}$ N s/m^2
$\nu = 16{,}26\cdot 10^{-6}$ m^2/s
$Pr = 0{,}7150$

a) vanjska površina – kad autobus *stoji* i *nema nametnutoga* strujanja zraka, konvekcija je slobodna, a model je ravna uspravna stijenka

Slobodna konvekcija, ravna uspravna stijenka visine *H*:

$$Gr = \frac{T_s - T_o}{T_o}\frac{g\,H^3}{\nu_s^2} = \frac{20-0}{273{,}15}\frac{9{,}81\cdot 1^3}{\left(15{,}32\cdot 10^{-6}\right)^2} = 3{,}061\cdot 10^9$$

Kako je $Pr = 0{,}7181$, $(Gr\cdot Pr) > 10^8$, vrijedi izraz za zrak:

$$Nu = \frac{\alpha_{v,a}\,H}{\lambda} = 0{,}1\sqrt[3]{Gr\;Pr} = 0{,}1\cdot\sqrt[3]{3{,}061\cdot 10^9\cdot 0{,}7181} = 130{,}0$$

$$\alpha_{v,a} = \frac{Nu\,\lambda}{H} = \frac{130\cdot 0{,}024817}{1} = 3{,}23\ \mathrm{W/(m^2\,K)}$$

- zrak
Topl. tablice, str.41

$\vartheta_{s,v} = 20$ °C
$\nu = 15{,}32\cdot 10^{-6}$ m²/s

$$\vartheta_m = \frac{20+0}{2} = 10\ \mathrm{°C}$$

$\lambda = 0{,}024817$ W/(m K)
$Pr = 0{,}7181$

Iako se $\alpha_u = 5{,}48$ W/(m² K) i $\alpha_{v,a} = 3{,}23$ W/(m² K) međusobno razlikuju i znatno su manji od pretpostavljene vrijednosti 10 W/(m² K), oni su ipak sličnog iznosa i pretpostavka da je temperatura stijenke ≈20 °C može opstati! (Promjena toplinskih svojstava s temperaturom nije tako velika da bi se pokazao utjecaj nekoliko stupnjeva razlike između pretpostavljene i izračunate vrijednosti!).

Toplinski tok je (ravna stijenka!):

$$\Phi_a = \frac{A\left(\vartheta_u - \vartheta_v\right)}{\dfrac{1}{\alpha_u}+\dfrac{\delta_s}{\lambda_s}+\dfrac{1}{\alpha_{v,a}}} = \frac{1{,}5\cdot 1\cdot\left(40-0\right)}{\dfrac{1}{5{,}48}+\dfrac{0{,}008}{0{,}8}+\dfrac{1}{3{,}23}} = 119{,}4\ \mathrm{W};$$

$$\vartheta_{s,u,a} = \vartheta_u - \frac{\Phi_a}{A\,\alpha_u} = 40 - \frac{119{,}4}{1{,}5\cdot 5{,}48} = 25{,}47\ \mathrm{°C};$$

$$\vartheta_{s,v,a} = \vartheta_{s,u,a} - \frac{\Phi_a\,\delta_s}{A\,\lambda_s} = 25{,}47 - \frac{119{,}4\cdot 0{,}008}{1{,}5\cdot 0{,}8} = 24{,}67\ \mathrm{°C}.\ \text{(vidi gornji komentar!)}$$

b) vanjska površina – zrak stoji, a autobus se kreće brzinom w = 80 km/h = 22,2 m/s – prisilna konvekcija, strujanje duž ravne stijenke duljine 1,5 m.

Prisilna konvekcija, strujanje duž ravne stijenke duljine *L*:

$$Re = \frac{w_v\,L}{\nu} = \frac{22{,}2\cdot 1{,}5}{14{,}405\cdot 10^{-6}} = 2{,}314\cdot 10^6$$

Strujanje je *turbulentno*, jer je $Re > 500\,000$, vrijedi formula:

$$Nu = \frac{\alpha_v\,L}{\lambda} = 0{,}0325\,Re^{0{,}8}\,Pr^{1/3} =$$

$$= 0{,}0325\cdot\left(2{,}314\cdot 10^6\right)^{0{,}8}\cdot 0{,}7181^{1/3} = 3590$$

$$\alpha_{v,b} = \frac{Nu\,\lambda}{H} = \frac{3590\cdot 0{,}024817}{1{,}5} = 59{,}44\ \mathrm{W/(m^2\,K)}.$$

- zrak
Topl. tablice, str.41

$$\vartheta_m = \frac{0+20}{2} = 10\ \mathrm{°C}$$

$\rho = 1{,}2304$ kg/m³
$c_p = 1{,}0055$ kJ/(kg K)
$\lambda = 0{,}024817$ W/(m K)
$\eta = 17{,}724\cdot 10^{-6}$ N s/m²
$\nu = 14{,}405\cdot 10^{-6}$ m²/s
$Pr = 0{,}7181$

Sad je $\alpha_{v,c}$ više od deset puta veći od α_u, pa gornja pretpostavka da je temperatura stijenke ≈20 °C više ne vrijedi, što se vidi iz izračunatih vrijednosti:

Toplinski tok je:

$$\Phi_{\mathrm{b}} = \frac{A\left(\vartheta_{\mathrm{u}} - \vartheta_{\mathrm{v}}\right)}{\dfrac{1}{\alpha_{\mathrm{u}}} + \dfrac{\delta_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{s}}} + \dfrac{1}{\alpha_{\mathrm{v,b}}}} = \frac{1{,}5 \cdot 1 \cdot \left(40 - 0\right)}{\dfrac{1}{5{,}48} + \dfrac{0{,}008}{0{,}8} + \dfrac{1}{59{,}44}} = 286{,}5 \ \mathrm{W};$$

$$\vartheta_{\mathrm{s,u,b}} = \vartheta_{\mathrm{u}} - \frac{\Phi_{\mathrm{b}}}{A\,\alpha_{\mathrm{u}}} = 40 - \frac{286{,}5}{1{,}5 \cdot 5{,}48} = +5{,}12 \ {}^{\circ}\mathrm{C};$$

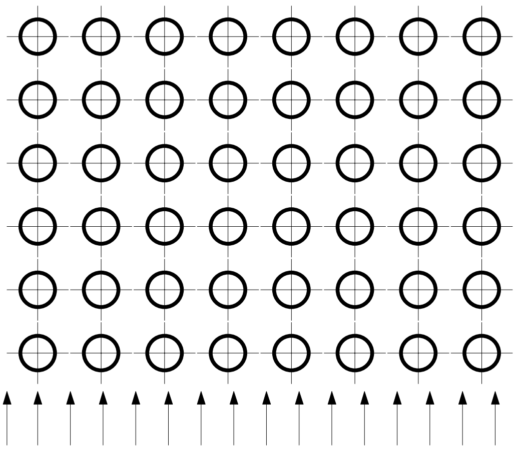
$$\vartheta_{\mathrm{s,v,b}} = \vartheta_{\mathrm{s,u,b}} - \frac{\Phi_{\mathrm{b}}\,\delta_{\mathrm{s}}}{A\,\lambda_{\mathrm{s}}} = 5{,}12 - \frac{286{,}5 \cdot 0{,}008}{1{,}5 \cdot 0{,}8} = +3{,}21 \ {}^{\circ}\mathrm{C}.$$

(Osim toga, vidi se da autobus u vožnji treba jače grijati, nego kad stoji! ☺

153. Cijevni se snop sastoji od 6 redova cijevi u smjeru strujanja zraka, sa po 8 cijevi u svakom redu. Cijevi su čelične, promjera 32/38 mm. Na cijevi okomito nastrujava zrak temperature 300 °C brzinom 5 m/s. Kroz cijevi struji voda temperature 80 °C, poznatoga koeficijenta prijelaza topline α_{vode} = 1700 W/(m^2 K).

Izračunajte toplinski tok koji se izmijeni po metru duljine cijevnog snopa!

Za očitanje fizikalnih svojstava zraka pretpostaviti temperaturu vanjske površine cijevi ϑ_s = 100 °C!



*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Pokazati računanje koeficijenta prijelaza topline na površini cijevnog snopa.)

Prisilna konvekcija, nastrujavanje na snop cijevi

$$Pe = \frac{w\, d_v}{a} = \frac{w\, d_v\, c_p\, \rho}{\lambda} = \frac{5 \cdot 0{,}038 \cdot 1027 \cdot 0{,}7363}{0{,}03779} \cong 3800$$

$$Nu = \frac{\alpha_v\, d_v}{\lambda} = \zeta \cdot 0{,}075\, Pe^{0{,}75}$$

$$Nu = \frac{\alpha_v\, d_v}{\lambda} = 1{,}36 \cdot 0{,}075 \cdot 3800^{0{,}75} = 49{,}4$$

$$\alpha_v = \frac{Nu\, \lambda}{d_v} = \frac{49{,}4 \cdot 0{,}03779}{0{,}038} = 49{,}1 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$$

- zrak
Topl. tablice, str.41

ϑ_m = 200 °C

ρ = 0,7363 kg/m^3
c_p = 1,027 kJ/(kg K)
λ = 0,03779 W/(m K)

ζ = 1,36 za 6 redova cijevi;

Toplinski tok po metru duljine cijevnog snopa (48 cijevi):

$$\frac{\Phi}{L} = \frac{2\,\pi\, n\left(\vartheta_v - \vartheta_u\right)}{\dfrac{1}{r_1\,\alpha_u} + \dfrac{1}{\lambda_č}\ln\dfrac{r_2}{r_1} + \dfrac{1}{r_2\,\alpha_v}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 48 \cdot (300 - 80)}{\dfrac{1}{0{,}016 \cdot 1700} + \dfrac{1}{58} \cdot \ln\dfrac{38}{32} + \dfrac{1}{0{,}019 \cdot 49{,}1}} = 59\,700 \text{ W/m}.$$

Kontrola temperature vanjske površine cijevi:

$$\vartheta_{s,v} = \vartheta_v - \frac{\Phi/L}{2\,\pi\, r_v\, n\, \alpha_v} = 300 - \frac{59700}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}019 \cdot 48 \cdot 48{,}5} = 87{,}9 \text{ °C}. ☺$$

161. Na ravnoj uspravnoj stijenci visine 1 m i temperature 118 °C kondenzira vodena para tlaka 2 bar.

Treba izračunati srednju vrijednost koeficijenta prijelaza topline na toj stijenci, ako je para:

a) suhozasićena;

b) pregrijana, $\vartheta_p = 140$ °C;

c) mokra, $x = 0{,}9$.

Koliko topline treba odvesti od stijenke rashladnom tvari s druge strane?

*** Rješenje:

(Svrha zadatka: Pokazati postupak računanja α_m za kondenzaciju pare na stijenci, te da je on malo ovisan o stanju pare, sve dok je $\Delta h \approx r$. Upozoriti da se sva **fizikalna svojstva** odnose na **kapljevinu (kondenzat), a ne na paru**! Upozoriti na relativno veliku vrijednost α_m, čiji se tipični red veličine kreće oko 10 000 W/(m^2 K).

Prema Nusseltovu modelu za "filmsku" kondenzaciju na ravnoj uspravnoj stijenci, srednja vrijednost koeficijenta prijelaza topline α_m računa se s pomoću formule:

$$\alpha_m = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\rho^2 g \lambda^3 \Delta h}{4\eta(\vartheta'-\vartheta_s)H}} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\rho g \lambda^3 \Delta h}{4\nu(\vartheta'-\vartheta_s)H}}$$

u kojoj se sva fizikalna svojstva (ρ, λ, η) uzimaju za nastali kondenzat, a ne za paru! Treba paziti na mjerne jedinice: sve se uvrštavaju u osnovnim (koherentnim) jedinicama!

a) Para je suhozasićena, $\Delta h = r = 2201{,}56$ kJ/kg $= 2201{,}56\cdot 10^3$ J/kg:

Filmska kondenzacija na ravnoj uspravnoj stijenci

$$\alpha_{m,a} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\rho^2 g \lambda^3 \Delta h_a}{4\eta(\vartheta'-\vartheta_s)H}} =$$

$$= \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{943{,}13^2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}6832^3\cdot 2201{,}56\cdot 10^3}{4\cdot 232{,}05\cdot 10^{-6}\cdot(120{,}21-118)\cdot 1}} =$$

$= 9860$ W/(m^2 K);

- kondenzat (**voda**)

Topl. tablice, str.43

$$\vartheta_m = \frac{\vartheta'+\vartheta_s}{2} = \frac{120{,}21+118}{2} = 119{,}10 \text{ °C} \cong 120 \text{ °C};$$

$\rho = 943{,}13$ kg/m^3

$\lambda = 0{,}68319$ W/(m K)

$\eta = 232{,}05\cdot 10^{-6}$ N s/m^2

Gustoća toplinskog toka odvedenoga kroz stijenku:

$$q_a = \alpha_{m,a}(\vartheta'-\vartheta_s) = 9860\cdot(120{,}21-118) = 21\,780 \text{ W/m}^2$$

b) Para je pregrijana, $\Delta h_{\rm b} = h_{\rm pp} - h_{\rm vk} = 2748{,}31 - 504{,}68 = 2243{,}63$ kJ/kg $= 2243{,}63 \cdot 10^3$ J/kg

($h_{\rm pp}$ iz h,s-dijagrama za vodenu paru ili tablica za vodu i pregrijanu vodenu paru, npr. Kraut, Ražnjević ili iz Toplinskih tablica FSB, str. 10, $h_{\rm vk}$ iz Toplinskih tablica FSB, str. 6)

$$\alpha_{\rm m,b} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\rho^2\, g\, \lambda^3\, \Delta h_{\rm b}}{4\,\eta\left(\vartheta' - \vartheta_{\rm s}\right)H}} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{943{,}13^2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}6832^3 \cdot 2243{,}63 \cdot 10^3}{4 \cdot 232{,}05 \cdot 10^{-6} \cdot \left(120{,}21 - 118\right) \cdot 1}} = 9900 \;\; \mathrm{W/(m^2\,K)}$$

Uočite da se je u odnosu na slučaj a) promijenila vrijednost Δh, ali je razlika temperatura (120,21 - 118) ostala ista. Razlog je u tome što kilogram pregrijane pare koja kondenzira oslobađa *više topline* nego kilogram suhozasićene pare, ali obje kondenziraju na istoj temperaturi ako su pod istim tlakom (2 bar).

Gustoća toplinskog toka odvedenoga kroz stijenku malo je veća:

$$q_{\rm b} = \alpha_{\rm m,b}\left(\vartheta' - \vartheta_{\rm s}\right) = 9900 \cdot \left(120{,}21 - 118\right) = 21\,890 \;\; \mathrm{W/m^2},$$

ali je važno uočiti da se ona opet računa s razlikom temperatura (ϑ' - $\vartheta_{\rm s}$), a ne ($\vartheta_{\rm pp}$ - $\vartheta_{\rm s}$)!

c) Para je mokra, $x = 0{,}9$, $\Delta h_{\rm c} = h_{\rm mp} - h_{\rm vk} = x\, r = 0{,}9 \cdot 2201{,}56 = 1981{,}4$ kJ/kg $= 1981{,}4 \cdot 10^3$ J/kg

$$\alpha_{\rm m,c} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\rho^2\, g\, \lambda^3\, \Delta h_{\rm c}}{4\,\eta\left(\vartheta' - \vartheta_{\rm s}\right)H}} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{943{,}13^2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}6832^3 \cdot 1981{,}4 \cdot 10^3}{4 \cdot 232{,}05 \cdot 10^{-6} \cdot \left(120{,}21 - 118\right) \cdot 1}} = 9600 \;\; \mathrm{W/(m^2\,K)}$$

Ovdje se je smanjila vrijednost Δh pa je i $\alpha_{\rm m,c}$ manji. Kilogram *mokre* pare pri kondenzaciji oslobađa *manje topline* nego kilogram suhozasićene pare.

Gustoća toplinskog toka odvedenoga kroz stijenku manja je:

$$q_{\rm c} = \alpha_{\rm m,c}\left(\vartheta' - \vartheta_{\rm s}\right) = 9600 \cdot \left(120{,}21 - 118\right) = 21\,220 \; \mathrm{W/m^2}$$

Činjenica da je (vidi izvod!) koeficijent prijelaza topline $\alpha_{\rm m}$ povezan s razlikom temperatura (ϑ' - $\vartheta_{\rm s}$) i onda kad se radi o kondenzaciji pregrijane pare, znači da je ta razlika mjerodavna i za računanje toplinskog toka, a to opet znači da je tom temperaturom ϑ' određen toplinski tok i onda kad se u obzir uzimaju i ostali toplinski otpori (primjerice s koeficijentom prolaza topline k)!

☺

162. Oko vodoravne čelične cijevi promjera 40/50 mm mirujuća je pregrijana vodena para stanja 2 bar i 160 °C.

Izračunajte toplinski tok koji ta para predaje stijenci cijevi (po metru njene duljine) za dva slučaja, i to:

a) temperatura vanjske površine cijevi je 130 °C;

b) temperatura vanjske površine cijevi je 118 °C.

Za koliko se (po metru cijevi) promijeni temperatura rashladne vode koja struji kroz cijev u količini 2,5 kg/s, u oba slučaja?

*** Rješenje:

(Svrha zadatka: Upozoriti da kondenzacije nema ako je temperatura stijenke iznad temperature zasićenja pare za tlak pod kojim se nalazi! U tom se slučaju para može na stijenci i hladiti (ako je $\vartheta_s < \vartheta_{pp}$) kao običan plin, bez kondenzacije. Naravno da je temperatura stijenke određena intenzitetom njena hlađenja s druge strane - niža se temperatura postiže jačim hlađenjem.)

a) $\vartheta_s = 130$ °C $> \vartheta' = 120{,}21$ °C - kondenzacije nema, a kako para "miruje", konvekcija je slobodna!

Slobodna konvekcija, vodoravna cijev

$$Gr = \frac{\rho_s - \rho_o}{\rho_s} \frac{g\, d_v^3}{\nu_s^2} = \frac{1{,}09842 - 1{,}01595}{1{,}09842} \frac{9{,}81 \cdot 0{,}05^3}{\left(12{,}14 \cdot 10^{-6}\right)^2} =$$

$$= 6{,}242 \cdot 10^5$$

(Uočite da *gustoća pare* **nije** *zamijenjena temperaturom*, jer se *para ne ponaša kao idealni plin*! Prvi razlomak s gustoćama iznosi 0,075, a s temperaturama bi se dobilo 0,069!)

Kako je očito $(Gr \cdot Pr) > 1000$, vrijedi izraz:

$$Nu = \frac{\alpha_a\, d_v}{\lambda} = 0{,}41 \sqrt[4]{Gr\, Pr} = 0{,}41 \sqrt[4]{6{,}242 \cdot 10^5 \cdot 0{,}9927} = 11{,}5$$

$$\alpha_a = \frac{Nu\, \lambda}{d_v} = \frac{11{,}5 \cdot 0{,}02917}{0{,}05} = 6{,}71 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$$

- vodena para (2 bar)
Topl. tablice, str. 45

$\vartheta_s = 130$ °C
$\rho = 1{,}09842$ kg/m^3
$\eta = 13{,}34 \cdot 10^{-6}$ N s/m^2
$\nu = 12{,}14 \cdot 10^{-6}$ m^2/s

$\vartheta_s = 160$ °C
$\rho = 1{,}01595$ kg/m^3

$$\vartheta_m = \frac{160 + 130}{2} = 145 \text{ °C}$$

$c_p = 2{,}078$ kJ/(kg K)
$\lambda = 0{,}02917$ W/(m K)
$\eta = 13{,}935 \cdot 10^{-6}$ N s/m^2
$Pr = 0{,}9927$

Toplinski tok po metru duljine cijevi prilično je malen:

$$\frac{\Phi_a}{L} = \alpha_a\, d_v\, \pi \left(\vartheta_p - \vartheta_s\right) = 6{,}71 \cdot 0{,}05 \cdot \pi \cdot (160 - 130) = 31{,}63 \text{ W/m},$$

a određen je razlikom temperatura pare i stijenke kao za svaku "običnu" konvekciju.

Temperatura rashladne vode koja struji kroz cijev promijeni se (poveća) samo za:

$$\Delta\vartheta_{w,a} = \frac{\Phi_a / L}{q_m\, c_w} = \frac{31{,}63 \text{ W/m}}{2{,}5 \cdot 4187 \text{ W/K}} = 0{,}00302 \text{ °C/m (ili K/m)}$$

b) $\vartheta_s = 118$ °C < $\vartheta' = 120{,}21$ °C - kondenzacija <u>nastupa</u>.

Prema Nusseltovu modelu za "filmsku" kondenzaciju na vodoravnoj cijevi, srednja vrijednost koeficijenta prijelaza topline α_m računa se s pomoću formule:

$$\alpha_m = \sqrt[4]{\frac{\rho^2 g \lambda^3 \Delta h}{4\eta(\vartheta'-\vartheta_s)d_v}} = \sqrt[4]{\frac{\rho g \lambda^3 \Delta h}{4\nu(\vartheta'-\vartheta_s)d_v}}$$

koja se razlikuje od modela ravne uspravne stijenke po tome što ne sadrži broj 4/3 ispred korijena, a umjesto visine H pojavljuje se vanjski promjer cijevi d_v.

Para je pregrijana, $\Delta h = h_{pp} - h_{vk} = 2789{,}66 - 504{,}68 = 2284{,}98$ kJ/kg $= 2284{,}98 \cdot 10^3$ J/kg .

<u>Filmska kondenzacija na vodoravnoj cijevi (izvana)</u>

$$\alpha_{m,b} = \sqrt[4]{\frac{\rho^2 g \lambda^3 \Delta h}{4\eta(\vartheta'-\vartheta_s)d_v}} =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{943{,}13^2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}68319^3 \cdot 2284{,}98 \cdot 10^3}{4 \cdot 232{,}05 \cdot 10^{-6} \cdot (120{,}21 - 118) \cdot 0{,}05}} =$$

$$= 15\,780 \ \text{W/(m}^2\ \text{K)}$$

- kondenzat (voda)

Topl. tablice, str. 43

$$\vartheta_m = \frac{\vartheta' + \vartheta_s}{2} = \frac{120{,}21 + 118}{2} =$$

$$= 119{,}1 \ °\text{C} \cong 120 \ °\text{C}$$

$\rho = 943{,}13$ kg/m^3

$\lambda = 0{,}68319$ W/(m K)

$\eta = 232{,}05 \cdot 10^{-6}$ N s/m^2

Toplinski tok po metru duljine cijevi sad je (zbog definicije α) određen razlikom temperatura (ϑ' - ϑ_s):

$$\frac{\Phi_b}{L} = \alpha_{m,b}\, d_v\, \pi\, (\vartheta' - \vartheta_s) = 15\,780 \cdot 0{,}05 \cdot \pi \cdot (120{,}21 - 118) = 5480 \ \text{W/m} .$$

i bitno je veći, pa se temperatura rashladne vode koja struji kroz cijev promijeni (poveća) za:

$$\Delta\vartheta_{w,b} = \frac{\Phi_b / L}{q_m c_w} = \frac{5480 \ \text{W/m}}{2{,}5 \cdot 4187 \ \text{W/K}} = 0{,}523 \ °\text{C/m} \ \ (\text{ili K/m})$$

Dakle, pokazuje se da (pregrijana) para *ne mora* nužno kondenzirati na stijenci! Kad je hlađenje stijenke slabo, može se dogoditi da stijenka bude hladnija od same pregrijane pare, ali iznad temperature zasićenja za zadani tlak. Tek kad je stijenka dovoljno intenzivno hladi, može doći do kondenzacije.☺

171. Dvije bliske usporedne stijenke imaju površinske temperature 100 °C i 20 °C. Toplija stijenka napravljena je od čelika koji je obojen lakom za grijalice, a hladnija je stijenka ožbukan zid.

a) Kolika je gustoća toplinskog toka koji zračenjem izmjenjuju ove dvije stijenke?

Ako se u zrakoprazan prostor između tih dviju stijenki umetne zastor (tanka aluminijska folija), kolika će biti gustoća toplinskog toka i temperatura staniola uz pretpostavku:

b) da zastor ne dodiruje niti jednu stijenku,

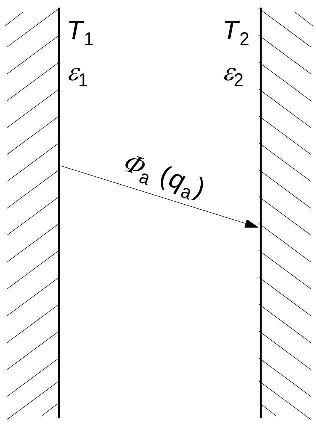
c) da je folija nalijepljena na čeličnu ploču,

d) da je folija nalijepljena na zid?

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Prikazati osnovne jednadžbe za izmjenu topline zračenjem, očitavanje podataka potrebnih za račun iz tablica, te utjecaj tih veličina (emisijskih faktora). Upozoriti da je za zračenje mjerodavan samo vrlo tanki površinski sloj!)

Konstanta zračenja crnog tijela: $C_c = 5{,}67\ \mathrm{W/[m^2(100K)^4]}$

Toplinske tablice, str. 56–58		
1) lak za grijalice: $\varepsilon_n = 0{,}925$ (glatka površina) $\varepsilon_1 = 0{,}95\ \varepsilon_n = 0{,}8788$;	2) žbuka: $\varepsilon_n = 0{,}93$ (hrapava površina) $\varepsilon_1 = 0{,}98\ \varepsilon_n = 0{,}9114$;	3) alu-folija: $\varepsilon_n = 0{,}036$ (sjajna metalna površina) $\varepsilon' = 1{,}2\ \varepsilon_n = 0{,}0432$

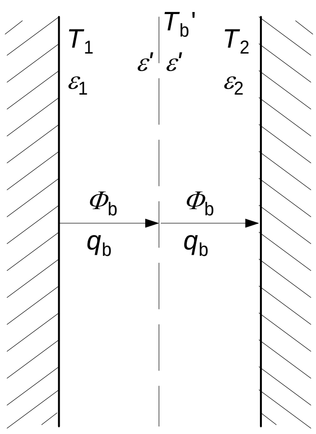


a) Usporedne stijenke – izmijenjeni je toplinski tok:

$$q_a = \frac{C_c}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] =$$

$$= \frac{5{,}67\cdot\left[(3{,}7315)^4-(2{,}9315)^4\right]}{\frac{1}{0{,}8788}+\frac{1}{0{,}9114}-1} \cong 551\ \mathrm{W/m^2},$$

što je prilično velik iznos!



b) Usporedne stijenke s međuzastorom

$$q_b = \frac{C_c}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1+\left(\frac{2}{\varepsilon'}-1\right)}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] =$$

$$= \frac{5{,}67\cdot\left[(3{,}7315)^4-(2{,}9315)^4\right]}{\underbrace{\frac{1}{0{,}8788}+\frac{1}{0{,}9114}-1}_{1{,}23}+\underbrace{\left(\frac{2}{0{,}0432}-1\right)}_{\approx 45{,}3}} = 14{,}63\ \ \mathrm{W/m^2}.$$

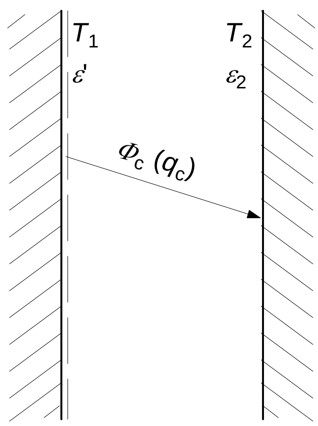
Izmijenjeni je toplinski tok drastično smanjen (za ~97 %)! Vidi se i zašto: dodatni član u nazivniku (≈45), koji pripada zastoru, daleko je veći od prvotnog člana (1,23). Pritom treba uočiti da je taj dodatni član tako velik zato što se sastoji od dva velika člana $2/\varepsilon' = 1/\varepsilon' + 1/\varepsilon'$. Uzme li se u obzir njihovo fizikalno značenje iz izvoda, prvi član opisuje lošu apsorpciju (dobru refleksiju) na zastoru onih zraka koje su stigle s ploče “1”, a drugi – lošu emisiju zraka s zastora na ploču “2”. Takav je zastor (sjajna metalna površina) loš apsorber i loš emiter zrâka, ali vrlo dobar reflektor.

Dakle, zamislimo li da je toplija stijenka zapravo stijenka neke posude koja sadrži topliji medij koji treba zadržati na toj povišenoj temperaturi (npr. dogrijavanjem), jedna folija uštеđuje oko 536 W toplinskog toka po m^2 površine stijenke! Naravno, zanemarena je konvekcija, koja bi postotak uštede mogla smanjiti, jer bi toplija stijenka toplinski tok predavala i konvekcijom (u stvarnoj izvedbi međuprostor ne bi bio zrakoprazan).

Temperatura zastora (bez konvekcije!!) određena je izrazom:

$$\left(T_\mathrm{b}'\right)^4=\frac{\dfrac{T_1^4}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon'}-1}+\dfrac{T_2^4}{\dfrac{1}{\varepsilon'}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1}}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon'}-1}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon'}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1}}=\frac{\dfrac{373{,}15^4}{\dfrac{1}{0{,}8788}+\dfrac{1}{0{,}0432}-1}+\dfrac{293{,}15^4}{\dfrac{1}{0{,}0432}+\dfrac{1}{0{,}9114}-1}}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{0{,}8788}+\dfrac{1}{0{,}0432}-1}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{0{,}0432}+\dfrac{1}{0{,}9114}-1}},$$

pa je $T_\mathrm{b}'=340{,}11\ \mathrm{K}\ (\cong 67\ \ ^\circ\mathrm{C})$.

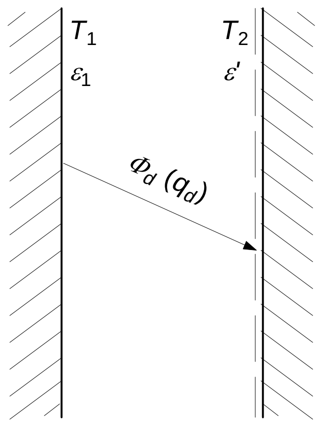


c) Usporedne stijenke – folija je nalijepljena na topliju ploču, pa je temperatura zastora jednaka temperaturi T_1, a njegova svojstva (ε') određuju ponašanje stijenke “1”.

$$q_\mathrm{c}=\frac{C_\mathrm{c}}{\dfrac{1}{\varepsilon'}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]=$$

$$=\frac{5{,}67\cdot\left[\left(3{,}7315\right)^4-\left(2{,}9315\right)^4\right]}{\dfrac{1}{0{,}0432}+\dfrac{1}{0{,}9114}-1}=29{,}28\ \ \mathrm{W/m^2}.$$

Izmijenjeni je toplinski tok i ovdje znatno manji od onog pod a), ali je uočljivo da je on *dvostruko veći* od q_b ! Razlog tome taj, što je smanjenje izmjene topline ovdje izazvano samo jednim od dva gore spomenuta obilježja sjajnih metalnih površina - slabom emisijom energije stijenke “1”.



d) Usporedne stijenke – folija je nalijepljena na zid, pa je temperatura zastora jednaka temperaturi T_2, a emisijski faktor zastora (ε') karakterizira stijenku “2”!

$$q_\mathrm{d}=\frac{C_\mathrm{c}}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon'}-1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]=29{,}23\ \ \mathrm{W/m^2}.$$

Izmijenjeni je toplinski tok sličan onom pod “c”, a također je dvaput veći od onog pod “b”, samo što je smanjenje izmjene topline ovdje izazvano slabom apsorpcijom (dobrom refleksijom) stijenke “2”.

(Za vježbu: Koliki bi bio izmijenjeni toplinski tok, kad bi po jedna folija bila nalijepljena na obje stijenke?) ☺

172. Kugla promjera 100 mm, emisijskog faktora $\varepsilon = 0{,}8$ i stalne temperature 300 °C okružena je koncentrično smještenom većom kuglom stalne temperature 30 °C. Međuprostor je evakuiran. Emisijski faktor veće kugle je:

I) $\varepsilon_2 = 0$;

II) $\varepsilon_2 = 0{,}1$.

III) $\varepsilon_2 = 0{,}8$;

IV) $\varepsilon_2 = 1$.

Koliki toplinski tok izmjenjuju ove dvije kugle, ako je promjer veće kugle:

a) $d_2 = 101$ mm;

b) $d_2 = 200$ mm;

c) $d_2 = 1000$ mm;

d) $d_2 \Rightarrow \infty$?

*** Rješenje:

(Svrha zadatka: Prikazati model obuhvaćenoga tijela te utjecaj pojedinih veličina na izmijenjeni toplinski tok.)

Model obuhvaćenoga tijela primjenljiv je na sustav dvaju tijela, od kojih je manje (obuhvaćeno) tijelo 1 na cijeloj svojoj površini ispupčeno ili barem ravno, i bar donekle centrično smješteno unutar većeg tijela, dok veće tijelo 2 (koje je po definiciji *udubljeno*) ne smije imati prevelike udubine, tj. s bilo kojeg mjesta njene površine mora se vidjeti *cijeli obris* (kontura) manjeg tijela.

Formula za izmijenjeni toplinski tok glasi:

$$\Phi_{1-2} = \frac{A_1\, C_c}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \omega\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]$$

u kojoj je geometrijski faktor ω <u>definiran</u> kao udio onih zraka koje (krenuvši s površine tijela "2") dođu do površine tijela "1", u ukupnom zračenju koje napušta površinu tijela "2". Dakle, ostatak zraka, (1-ω), kreće s jednog mjesta površine "2" i pada na drugo mjesto istog tijela "2". No, za praktični se račun ω može <u>računati</u> kao <u>omjer površina tijela "1" i "2":</u> $\omega = A_1/A_2$. Za slučaj <u>dviju kugala</u>, može se pisati:

$$\omega = \frac{A_1}{A_2} = \frac{d_1^2\pi}{d_2^2\pi} = \frac{d_1^2}{d_2^2}\,.$$

Izmijenjeni će toplinski tok, za zadane vrijednosti A_1, ε_1, T_1 i T_2, biti to <u>veći</u>, što je <u>manji</u> drugi pribrojnik u nazivniku: $\omega\,(1/\varepsilon_2 - 1)$, dakle, što je površina tijela "2" veća (ω manji) i što je ona po svojstvima bliža crnom tijelu (ε_2 bliže jedinici).

Za podatke zadane u tekstu, račun daje rezultate:

	$d_2 = 101$ mm $\omega = 0{,}9803$	$d_2 = 200$ mm $\omega = 0{,}25$	$d_2 = 1000$ mm $\omega = 0{,}01$	$d_2 \to \infty$ $\omega = 0$
I $\varepsilon_2 = 0$	$\Phi_{1\text{-}2} = 0$	$\Phi_{1\text{-}2} = 0$	$\Phi_{1\text{-}2} = 0$	$\Phi_{1\text{-}2} = 0$
II $\varepsilon_2 = 0{,}1$	$\Phi_{1\text{-}2} = 20{,}88$	$\Phi_{1\text{-}2} = 50{,}57$	$\Phi_{1\text{-}2} = 132{,}10$	$\Phi_{1\text{-}2} = 141{,}61$
III $\varepsilon_2 = 0{,}8$	$\Phi_{1\text{-}2} = 118{,}39$	$\Phi_{1\text{-}2} = 134{,}86$	$\Phi_{1\text{-}2} = 141{,}32$	$\Phi_{1\text{-}2} = 141{,}61$
IV $\varepsilon_2 = 1$	$\Phi_{1\text{-}2} = 141{,}61$	$\Phi_{1\text{-}2} = 141{,}61$	$\Phi_{1\text{-}2} = 141{,}61$	$\Phi_{1\text{-}2} = 141{,}61$

Vidi se da je u slučaju I, kad je ε_2 veći, toplinski tok uvijek veći i manje je izražen utjecaj ω. Kad je $\omega = 0$, rezultat je neovisan o emisijskom faktoru većega tijela. ☺

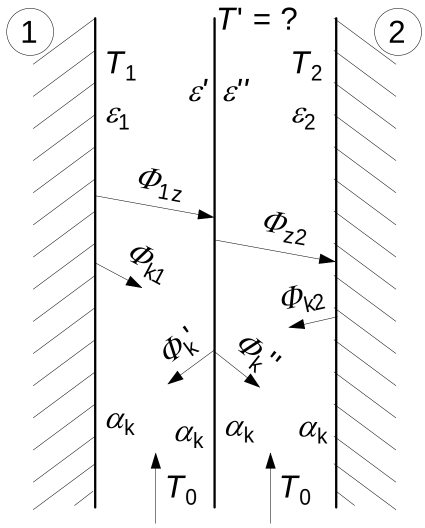
181. Među dvjema paralelnim stijenkama - toplijom, temperature 300 °C (ε_1 = 0,8), i hladnijom, temperature 50 °C (ε_2 = 0,85) - smješten je zastor od tankog željeznog lima. Emisijski faktor one strane zastora koja je okrenuta toplijoj stijenci iznosi 0,2, a suprotne strane 0,7. Kroz obadva međuprostora struji zrak temperature 15 °C. Koeficijent konvektivnog prijelaza topline na svim je površinama jednak i ima iznos α_k = 20 W/(m^2 K).

a) Kolika je temperatura zastora? Koliko toplinskog toka (W/m^2) odnosi zrak iz sustava? Kolika je svjetloća toplije stijenke?

b) Kolika bi bila temperatura zastora, kad bi međuprostor bio zrakoprazan?

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Pokazati da kod određivanja nepoznate temperature nekog člana sustava <u>nije važno</u> koje smjerove izmjene topline pretpostavljamo – i u slučaju da smo pogriješili, izračunata temperatura će biti ispravna)

a) U ovom primjeru nepoznata je temperatura zastora. Sasvim sigurno, ona ne može biti niti viša od 300 °C niti niža od 15 °C, no ne može se unaprijed reći hoće li biti viša ili niža od 50 °C (temperatura stijenke “2”), a to određuje smjer izmjene topline zračenjem između zastora i stijenke “2”. Ako je zastor jako hlađen zrakom, ta će temperatura biti niža, a kad je konvekcija slabija, ona će biti viša.



No za račun to ne predstavlja problem - jednostavno treba pretpostaviti jednu od tih situacija, a rezultat će ili potvrditi ili opovrgnuti tu pretpostavku. Izračunata će temperatura biti <u>ispravna!</u> (Kao kad se npr. u mehanici pretpostavi smjer reakcije, a ako rezultat ispadne negativan, to znači da je smjer reakcije suprotan od pretpostavljenog, ali je njen <u>iznos</u> točan!).

Pretpostavit ćemo, primjerice, da je $T' > T_2$. Uz tu pretpostavku toplinski tokovi imaju smjer kao na slici, pa se uvjet stacionarnosti $\Phi_{dov} = \Phi_{odv}$ za zastor može pisati:

$$\Phi_{dov} = \Phi_{1z}$$

$$\Phi_{odv} = \Phi_{z2} + \Phi_k' + \Phi_k'', \qquad \text{gdje je } \Phi_k' = \Phi_k'' = \alpha_k A (T' - T_o).$$

Pri izražavanju pojedinih članova u gornjim jednadžbama u funkciji temperature treba samo paziti da <u>svi članovi imaju tako poredane temperature</u> da <u>svaki</u> od njih na <u>svojoj</u> strani jednadžbe bude <u>pozitivan</u>, uzimajući u obzir gornju pretpostavku! Tako se nakon dijeljenja svih članova s površinom A dobije jednadžba:

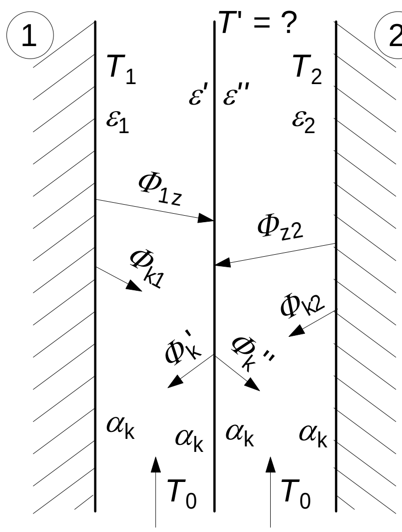
$$\frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon'}-1}\underbrace{\left[(T_1)^4-(T')^4\right]}_{>0!}=\frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon''}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1}\underbrace{\left[(T')^4-(T_2)^4\right]}_{>0!}+2\,\alpha_k\underbrace{(T'-T_o)}_{>0!},$$

a iz nje, nakon uvrštavanja zadanih brojeva i prebacivanja svih članova na jednu stranu, izraz:

$$4{,}613\cdot 10^{-8}\cdot (T')^4+40\cdot T'-13\,076{,}68=0$$

čije je rješenje: T' = 315,49 K (= 42,34 °C), dakle $T' < T_2$ (to je suprotno od pretpostavke!).

Da smo unaprijed procijenili da će zastor (zbog male vrijednosti $\varepsilon' = 0{,}2$) primati od stijenke "1" malo toplinskog toka, a biti dobro hlađen zrakom (α_k je velik), mogli smo i očekivati nisku temperaturu zastora!



Dobivena temperatura $T' < T_2$ znači da toplinski tok Φ_{z2} <u>nije od zastora odveden stijenci "2", nego obrnuto!</u> Ispravljen (točan) smjer toplinskih tokova prikazan je na novoj slici.

Shodno tome, jednadžba $\Phi_{dov} = \Phi_{odv}$ mijenja oblik:

$\Phi_{dov} = \Phi_{1z} + \Phi_{z2}$

$\Phi_{odv} = \Phi_k' + \Phi_k''$.

pri čemu opet svi članovi moraju biti pozitivni, jer je njihov smjer već uzet u obzir smještanjem svakog od njih na pravu stranu jednadžbe! Tako se dobije jednadžba:

$$\frac{\sigma}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon'}-1}\underbrace{\left[(T_1)^4-(T')^4\right]}_{>0!}+\frac{\sigma}{\dfrac{1}{\varepsilon''}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1}\underbrace{\left[(T_2)^4-(T')^4\right]}_{>0!}=2\,\alpha_k\underbrace{(T'-T_o)}_{>0!},$$

koja se očigledno može transformirati u oblik <u>identičan</u> prvoj jednadžbi, što znači i da je njeno rješenje <u>identično gore dobivenom</u>!

Zrak odnosi iz sustava sav konvekcijom primljeni toplinski tok

$$\Phi_o = \Phi_{k1} + \Phi_k' + \Phi_k'' + \Phi_{k2} = \alpha_k\,\left[(T_1 - T_o) + 2(T' - T_o) + (T_2 - T_o)\right] =$$
$$= 20\cdot\left[(300-15)+2\cdot(42{,}34-15)+(50-15)\right] = 7493{,}6\ \mathrm{W/m^2}$$

Svjetloća stijenke "1" je <u>sva energija zračenja koja odlazi s te stijenke</u>:

$$K_1 = \frac{E_1 + (1-\varepsilon_1)\,E_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon' - \varepsilon_1\varepsilon'} = \frac{4894{,}9 + (1-0{,}8)\cdot 112{,}35}{0{,}8 + 0{,}2 - 0{,}8\cdot 0{,}2} = 5854\ \mathrm{W/m^2},$$

gdje su emitirane energije: $E_1 = \varepsilon_1\sigma T_1^4 = 0{,}8\cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}\cdot 573{,}15^4 = 4894{,}9\ \mathrm{W/m^2}$

$$E_2 = \varepsilon_2\sigma T_2^4 = 0{,}2\cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}\cdot 315{,}49^4 = 112{,}35\ \mathrm{W/m^2}.$$

b) Da nema konvektivnog hlađenja zastora, njegova bi temperatura bila:

$$(T')_b = \sqrt[4]{\frac{\dfrac{T_1^4}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon'}-1}+\dfrac{T_2^4}{\dfrac{1}{\varepsilon''}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1}}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon'}-1}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon''}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1}}} = \sqrt[4]{\frac{\dfrac{573{,}15^4}{\dfrac{1}{0{,}8}+\dfrac{1}{0{,}2}-1}+\dfrac{323{,}15^4}{\dfrac{1}{0{,}7}+\dfrac{1}{0{,}85}-1}}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{0{,}8}+\dfrac{1}{0{,}2}-1}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{0{,}7}+\dfrac{1}{0{,}85}-1}}} = 428{,}20\ \mathrm{K}\ (=155{,}05\,°\mathrm{C})$$

iz čega se vidi koliko je dobro zastor hlađen u slučaju "a" i da se doista nije moglo sa sigurnošću pretpostaviti hoće li temperatura zastora biti viša ili niža od 50 °C! ☺

182. Električna grijalica ima oblik vodoravnog valjka ($\varepsilon = 0{,}8$) promjera 15 mm i duljine 50 cm. Grijalica se nalazi u velikoj prostoriji čiji zidovi imaju temperaturu 18 °C, a u dodiru je s mirujućim zrakom temperature 21 °C.

a) Koliko se električne snage smije dovesti toj grijalici, da temperatura njene površine ne prijeđe 400 °C?

b) Ako bi se uz tako dimenzioniranu grijalicu (s gore izračunatom snagom, tj. toplinskim tokom) postavio ventilator, tako da puše zrak okomito na grijalicu brzinom 1 m/s, kolika bi se ustalila temperatura površine grijalice?

Za izračunavanje koeficijenta konvektivnoga prijelaza topline pod b) može se pretpostaviti temperatura stijenke (površine grijalice) $\vartheta_s = 320$ °C!

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Pokazati postupak računanja u slučaju kad su sve temperature zadane i u slučaju kad temperatura jednog člana sustava nije poznata. Upozoriti na rastući udio toplinskog toka izmijenjenog zračenjem kod viših temperatura.).

a) Temperatura (površine) grijalice je zadana: $\vartheta_s = 400$ °C (= 673 K). Kako je grijalica najtopliji član sustava, ona očito predaje toplinski tok svim ostalim sudionicima - zidovima (zračenjem) i zraku (konvekcijom). "Mirujući zrak" u prostoriji sugerira *slobodnu konvekciju*.

- zrak
Topl. tablice, str.41
$\vartheta_s = 400$ °C
$\nu = 63{,}096 \cdot 10^{-6}$ m²/s
$\vartheta_m = \dfrac{400+21}{2} \cong 210$ °C
$\lambda = 0{,}03842$ W/(m K)

Slobodna konvekcija, vodoravna cijev

$$\mathrm{Gr} = \frac{T_s - T_o}{T_o}\frac{g\,d^3}{\nu_s^2} = \frac{673{,}15 - 294{,}15}{294{,}15}\,\frac{9{,}81 \cdot 0{,}015^3}{\left(63{,}096 \cdot 10^{-6}\right)^2} = 10\ 715$$

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha_{k,a}\,d}{\lambda} = 0{,}38\,\sqrt[4]{\mathrm{Gr}} = 0{,}38\,\sqrt[4]{10\ 715} = 3{,}87$$

$$\alpha_{k,a} = \frac{\mathrm{Nu}\,\lambda}{d} = \frac{3{,}87 \cdot 0{,}03842}{0{,}015} = 9{,}90\ \ \mathrm{W/(m^2\,K)}$$

Površina grijalice: $A = d\,\pi L = 0{,}015 \cdot \pi \cdot 0{,}5 = 0{,}02356$ m².

Toplinski tok koji grijalica predaje zraku konvekcijom:

$$\Phi_{k,a} = \alpha_{k,a}\,A\,(T_s - T_o) = 9{,}90 \cdot 0{,}02356 \cdot (400 - 21) = 88{,}43\ \mathrm{W}\ (29{,}5\ \%\ \text{od ukupnog})$$

Toplinski tok koji grijalica predaje zidovima zračenjem:

$$\Phi_{zr,a} = \varepsilon A C_c \left[\left(\frac{T_s}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_z}{100}\right)^4\right] = 0{,}8 \cdot 0{,}02356 \cdot 5{,}67 \cdot \left[(6{,}7315)^4 - (2{,}9115)^4\right] = 211{,}77\ \mathrm{W}$$

ili 70,5 % od ukupno odanog toplinskog toka. Ukupni je toplinski tok:

$$\Phi_{uk} = \Phi_{k,a} + \Phi_{zr,a} = 88{,}43 + 211{,}77 = 300\ \mathrm{W}.$$

b) Zadana brzina nastrujavanja zraka na grijalicu $w = 1$ m/s (prisilna konvekcija – ventilator!) sigurno je veća nego kod slobodne konvekcije. Ostane li toplinski tok doveden električnom strujom ("Jouleova toplina") isti kao pod a), ustalit će se niža temperatura površine grijalice zbog povećanog koeficijenta α. Zadana pretpostavka $\vartheta_s \cong 320$ °C samo omogućava očitavanje toplinskih svojstava zraka iz tablice - s tim se podatkom ne smiju računati toplinski tokovi!

Prisilna konvekcija, strujanje okomito na cijev

$$\mathrm{Re}=\frac{w\,d}{\nu}=\frac{1\cdot 0{,}015}{31{,}35\cdot 10^{-6}}=478\,;\qquad 40<\mathrm{Re}<4000$$

$K = 0{,}689$; $K_L = 0{,}615$; $m = 0{,}466$

$$\mathrm{Nu}=\frac{\alpha_{\mathrm{k,b}}\,d}{\lambda}=K\,\mathrm{Re}^m\,\mathrm{Pr}^{1/3}=0{,}689\cdot 478^{0{,}466}\,0{,}7028^{1/3}=10{,}86$$

$$\alpha_{\mathrm{k,b}}=\frac{\mathrm{Nu}\,\lambda}{d}=\frac{10{,}86\cdot 0{,}03587}{0{,}015}=26{,}0\ \mathrm{W/(m^2\,K)}$$

- zrak, T. tabl. str.41.

$$\vartheta_{\mathrm{m}}=\frac{320+21}{2}\cong 170\ {}^\circ\mathrm{C}$$

$\rho = 0{,}7866$ kg/m^3
$c_p = 1{,}02225$ kJ/(kg K)
$\lambda = 0{,}03587$ W/(m K)
$\nu = 31{,}35\cdot 10^{-6}$ m^2/s
Pr = 0,7028

Naravno da i u slučaju "b" vrijedi zakon održanja energije: $\Phi_{\mathrm{uk}} = \Phi_{\mathrm{k,b}} + \Phi_{\mathrm{zr,b}} = 297$ W, samo što pojedinačne vrijednosti $\Phi_{\mathrm{k,b}}$ i $\Phi_{\mathrm{zr,b}}$ nisu još poznate, zbog nepoznate temperature $T_{\mathrm{s,b}}$.

$$\Phi_{\mathrm{uk}}=\alpha_{\mathrm{k,b}}\,A\left(T_{\mathrm{s,b}}-T_{\mathrm{o}}\right)+\varepsilon\,A C_{\mathrm{c}}\left[\left(\frac{T_{\mathrm{s,b}}}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{\mathrm{z}}}{100}\right)^4\right]=300\ \mathrm{W}\,.$$

Uvrštavanjem brojčanih vrijednosti u gornju jednadžbu dobije se jednadžba:

$$1{,}06877\cdot 10^{-9}\left(T_{\mathrm{s,b}}\right)^4+0{,}61208\cdot T_{\mathrm{s,b}}-487{,}9239=0$$

koja se može riješiti samo numerički, i to bilo kojim od poznatih postupaka (npr. Newtonovom metodom, metodom sekante i sl.).
Zamislimo da se ovdje radi o nekoj funkciji Y, čiju nul-točku tražimo:

$$Y=1{,}06877\cdot 10^{-9}\left(T_{\mathrm{s,b}}\right)^4+0{,}61208\cdot T_{\mathrm{s,b}}-487{,}9239=0$$

Kako iz matematike znamo, funkcija četvrtog stupnja ima četiri korijena: ili četiri realna broja, ili četiri (dva para) konjugirano kompleksna korijena, ili dva realna i dva konjugirano kompleksna korijena. Kako su za temperaturu smisleni samo realni brojevi, konjugirano kompleksni korijeni otpadaju i moraju postojati barem dva realna korijena. No s fizikalnog stanovišta nemoguće su dvije (ili čak četiri?) temperature kao rješenje. To znači da je samo jedan broj moguć kao fizikalno rješenje, a drugi mora biti matematički ispravan korijen, ali fizikalno besmislen broj (dakle, *negativna* termodinamička temperatura).

Najjednostavniji je postupak rješavanja puko uvrštavanje brojeva u gornju jednadžbu, počevši od nekog suvislog broja (ovdje je logično početi od 320°C!). Pritom predznak Y odmah pokazuje da li je uvršteni broj za $T_{\mathrm{s,b}}$ *premalen* (Y negativan) ili *prevelik* (Y pozitivan). Iterirati treba dok se ne dobije dovoljno točan rezultat (nema jednoznačnog odgovora što to znači, ali rijetko ima smisla iterirati dalje od desetinke stupnja, a gotovo nikada dalje od stotinke).

$T_{\mathrm{s,b}}$	Y
593	+7,202
590	+2,711
588	–0,2598
588,1	–0,1116
588,2	+0,0365

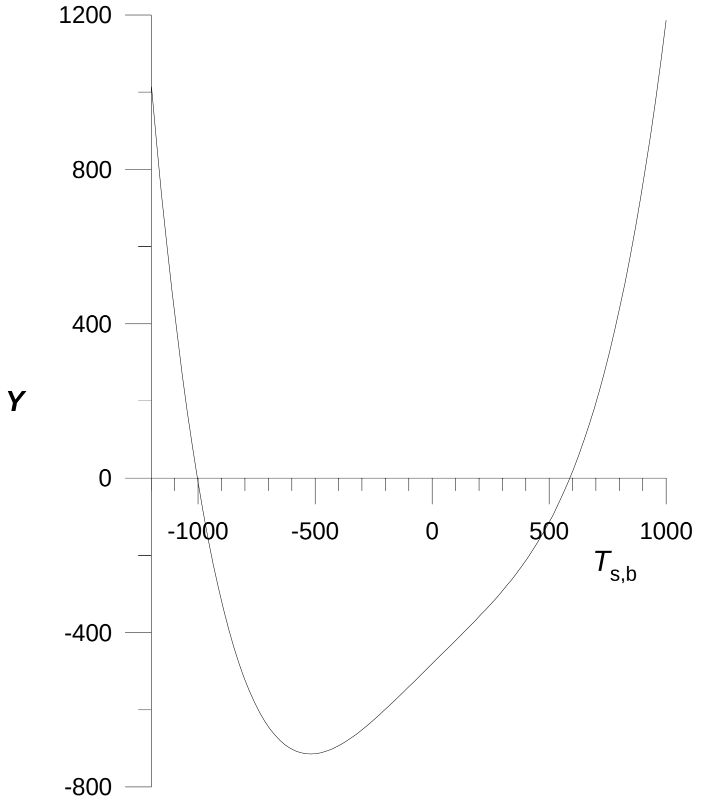
Usvojeno je: $T_{\mathrm{s,b}} = 588{,}2$ K (= 315,2°C).

S tom temperaturom dobiju se, vraćanjem u polazne izraze za toplinski tok:

$\Phi_{\mathrm{k,b}} = 180$ W (60 %) i $\Phi_{\mathrm{zr,b}} = 120$ W (40 %)

što pokazuje da se je povećao udio konvekcije (zbog porasta koeficijenta konvektivnog prijelaza topline s povećanjem brzine strujanja zraka), a smanjio udio zračenja.

Funkcija četvrtoga stupnja Y, prikazana gore u analitičkom obliku, može se prikazati i u Y,T_{sb}-dijagramu. Iz toga se dijagrama vidi da doista postoje dva realna (matematička) rješenja, ali da je drugo **fizikalno nemoguće**, jer je $T_{\mathrm{sb}} < 0$ K!


1200
800
400
Y
0
-400
-800
-1000
-500
0
500
1000
$T_{s,b}$

☺

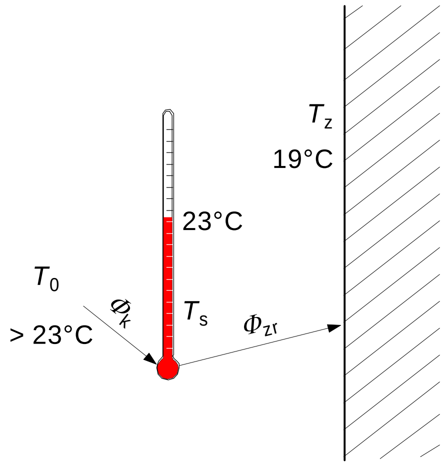
183. Stakleni termometar za mjerenje temperature zraka u prostoriji pokazuje 23 °C.

Kolika je pogreška pri mjerenju (tj. razlika između stvarne temperature zraka i vrijednosti koju termometar pokazuje), koja nastaje zbog izmjene topline zračenjem između termometra i zidova prostorije koji imaju temperaturu 19 °C? Kolika je stvarna temperatura zraka?

(Koeficijent konvektivnog prijelaza topline na površini termometra iznosi 5 W/(m^2 K), a emisijski faktor stakla je $\varepsilon = 0{,}94$).

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Upozoriti da termometar okružen plinom (prozirnim za zrake), ako je izložen stijenkama čija je temperatura različita od temperature plina, pokazuje pogrešnu temperaturu!)

Treba imati na umu da termometar pokazuje svoju temperaturu! Tek ako se pobrinemo da on bude u toplinskoj ravnoteži s "tijelom" čiju temperaturu želimo mjeriti, očitani će podatak na termometru biti ujedno i temperatura tog tijela!
U opisanom je slučaju termometar (23 °C) očito topliji od zidova (19 °C), a budući da je plin proziran, termometar će predavati toplinski tok hladnijim zidovima. No, temperatura od 23 °C je zadana kao njegova stalna (stacionarna) temperatura, što po zakonu održanja energije znači da on mora odnekuda i nekako i primati baš onoliko toplinskog toka koliko ga predaje zračenjem. Kako drugog mogućeg izvora topline osim zraka ovdje očito nema, jedini je mogući zaključak da je zrak topliji od termometra i da baš on daje potreban toplinski tok konvekcijom.



Uvjet stacionarnosti ($\Phi_{dov} = \Phi_{odv}$) primijenjen na ovaj slučaj glasi:

$$\Phi_k = \alpha_k\, A\left(T_o - T_s\right) = \Phi_{zr} = \varepsilon\, A C_c \left[\left(\frac{T_s}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_z}{100}\right)^4\right]$$

iz čega onda slijedi tražena razlika (T_o - T_s) = $\Delta\vartheta_z$ kao pogreška termometra:

$$\Delta\vartheta_z = \frac{\varepsilon C_c \left[\left(\frac{T_s}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_z}{100}\right)^4\right]}{\alpha_k} = \frac{0{,}94 \cdot 5{,}67\left(2{,}96^4 - 2{,}92^4\right)}{5} = 4{,}33°\mathrm{C}\,,$$

što znači da je stvarna temperatura zraka 27,33°C. Takva se pogreška ne može smatrati zanemarivom!

U situacijama poput ove, uvijek će tijelo koje je prepušteno samo sebi poprimiti neku temperaturu između temperature plina i temperature okolnih stijenki, a ona će biti bliža temperaturi plina što je α_k veći i što je ε manji.

Termometri koji su namijenjeni mjerenju temperature plina redovito zbog toga imaju "osjetnik" (kuglicu) zaštićenu od izmjene topline zračenjem, ali s tako izvedenom zaštitom (npr. nekim limom) da ne sprječava strujanje zraka uz kuglicu. Dakle, zaštita treba spriječiti izmjenu topline zračenjem s okolnim objektima, a da istodobno omogućava izmjenu topline konvekcijom sa plinom! ☺

184. Vodoravna cijev vanjskog promjera 60 mm izolirana je s dva sloja izolacije, svaki debljine 20 mm. Unutarnji sloj izolacije ima koeficijent toplinske vodljivosti $\lambda_1 = 0{,}1$ W/(m K), a vanjski sloj $\lambda_2 = 0{,}05$ W/(m K). Izolacija je izvana obložena tankim aluminijskim limom ($\varepsilon = 0{,}1$). Kroz cijev struji voda temperature 120 °C, a toplinski otpori konvekcije s vode na cijev i provođenja topline kroz stijenku cijevi su zanemarivi. Cijev s izolacijom je okružena mirujućim zrakom temperature 20 °C i zidovima velike prostorije, temperature 17 °C.

Izračunajte koliko se toplinskog toka izmjenjuje po metru duljine cijevi, temperaturu aluminijskog lima i temperaturu dodirne plohe dvaju slojeva izolacije!

Naputak: za izračunavanje koeficijenta prijelaza topline na vanjskoj površini lima pretpostaviti temperaturu lima 30 °C!

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Pokazati postupak izračunavanja nepoznate temperature vanjske površine lima s pomoću "koeficijenta prijelaza topline zračenjem".)

Koeficijent prijelaza topline konvekcijom računamo s (u tekstu zadanom) pretpostavljenom temperaturom $T_{s,4,p} = 303{,}15$ K.

Za slobodnu konvekciju idealnog plina na vanjskoj površini vodoravne cijevi:

$$\mathrm{Gr} = \frac{T_{s,4,p} - T_o}{T_o}\,\frac{g\,d_4^3}{\nu_s^2} = \frac{30-20}{293{,}15}\,\frac{9{,}81 \cdot 0{,}14^3}{(16{,}256 \cdot 10^{-6})^2} = 3{,}475 \cdot 10^6 >> 10^3\,;$$

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha_{v,k}\,d_4}{\lambda} = 0{,}41\,\sqrt[4]{(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})} = 0{,}41 \cdot \sqrt[4]{3{,}475 \cdot 10^6 \cdot 0{,}7158} = 16{,}3\,;$$

$$\alpha_{v,k} = \frac{\mathrm{Nu}\,\lambda}{d_4} = \frac{16{,}3 \cdot 0{,}02593}{0{,}14} \cong 3{,}02\ \ \mathrm{W/(m^2\,K)}\,.$$

I koeficijent prijelaza topline zračenjem računamo s temperaturom $T_{s,4,p} = 303{,}15$ K. Model je obuhvaćeno tijelo, $\omega \cong 0$ (Pazite na temperature u brojniku i u nazivniku!):

$$\alpha_{zr} = \frac{\varepsilon\,\sigma\left(T_{s,4,p}^4 - T_z^4\right)}{T_{s,4,p} - T_v} = \frac{0{,}1 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(303{,}15^4 - 290{,}15^4\right)}{30-20} = 0{,}770\ \ \mathrm{W/(m^2\,K)}\,;$$

$$\alpha_{v,uk} = \alpha_{v,k} + \alpha_{zr} = 3{,}02 + 0{,}770 = 3{,}79\ \ \mathrm{W/(m^2\,K)}\,;$$

Zbog zanemarivosti toplinskih otpora konvekcije s vode na cijev i provođenja topline kroz stijenku cijevi, temperatura vanjske površine čelične cijevi jednaka je temperaturi vode u cijevi ($\vartheta_{s,2} \cong \vartheta_u$), pa je toplinski tok određen samo trima toplinskim otporima:

$$\frac{\Phi_{uk}}{L} = \frac{2\,\pi\left(\vartheta_{s,2} - \vartheta_o\right)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{r_4}{r_3} + \frac{1}{r_4\,\alpha_{v,uk}}} = \frac{2\,\pi\,(120-20)}{\underbrace{\frac{1}{0{,}1}\ln\frac{50}{30}}_{=5{,}108} + \underbrace{\frac{1}{0{,}05}\ln\frac{70}{50}}_{=6{,}729} + \underbrace{\frac{1}{0{,}07 \cdot 3{,}79}}_{=3{,}774}} = 40{,}25\ \ \mathrm{W/m}\,,$$

Pazite! U zadnji pribrojnik nazivnika ulazi ukupni koeficijent prijelaza topline $\alpha_{v,uk}$!

Prvi pribrojnik nazivnika povezan je s (**ukupnim!**) toplinski tokom koji prolazi kroz prvi sloj izolacije, drugi je pribrojnik povezan s (**ukupnim!**) toplinski tokom koji prolazi kroz drugi sloj izolacije, pa i treći pribrojnik mora iskazivati **ukupni toplinski tok** (konvekcijom i zračenjem!)

koji s lima odlazi u okoliš! Uvrštavanje *samo konvektivnog* dijela koeficijenta prijelaza topline u gornji izraz u suštini znači *narušavanje prvoga glavnog stavka*!

$$\frac{\Phi}{L}=\frac{2\,\pi\left(\vartheta_{s,2}-\vartheta_{s,3}\right)}{\dfrac{1}{\lambda_1}\ln\dfrac{r_3}{r_2}}=\frac{2\,\pi\left(\vartheta_{s,3}-\vartheta_{s,4}\right)}{\dfrac{1}{\lambda_2}\ln\dfrac{r_4}{r_3}}=\frac{2\,\pi\left(\vartheta_{s,4}-\vartheta_{v}\right)}{\dfrac{1}{r_4\,\alpha_{v,uk}}}=40{,}25\ \text{W/m},$$

$$\vartheta_{s,3}=\vartheta_{s,2}-\frac{\Phi/L}{2\,\pi\,\lambda_1}\ln\frac{r_3}{r_2}=120-\frac{40{,}25}{2\cdot\pi\cdot 0{,}1}\ln\frac{50}{30}=87{,}28\ \text{°C},$$

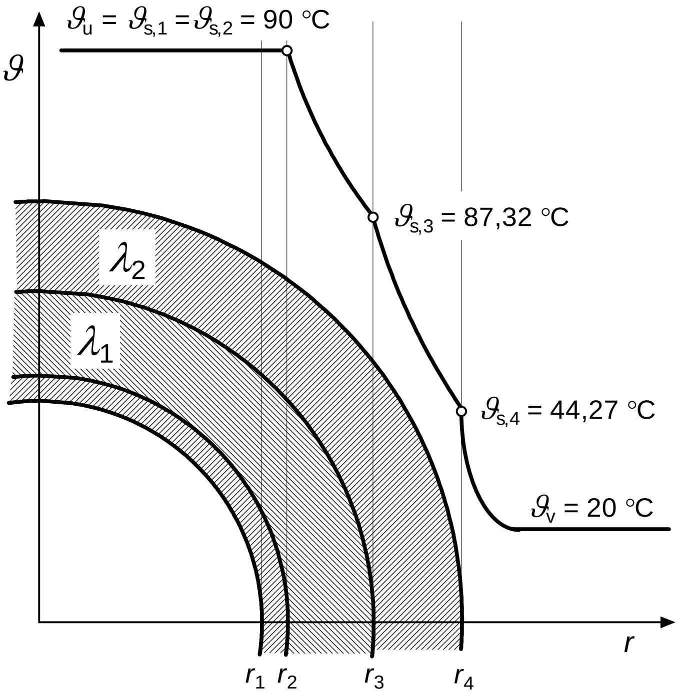
Temperatura vanjske površine (ona je u prikazanom redoslijedu računanja *zadnja* nepoznata temperatura!) može se izračunati na dva načina – “iznutra”, preko provođenja kroz drugi sloj:

$$\vartheta_{s,4}=\vartheta_{s,3}-\frac{\Phi/L}{2\,\pi\,\lambda_2}\ln\frac{r_4}{r_3}=87{,}28-\frac{40{,}25}{2\cdot\pi\cdot 0{,}05}\ln\frac{70}{50}=44{,}17\ \text{°C},$$

ili “izvana”, preko ukupnih otpora (konvekcije i zračenja) na vanjskoj strani:

$$\vartheta_{s,4}=\vartheta_{v}+\frac{\Phi/L}{2\,\pi\,r_4\,\alpha_{v,uk}}=20+\frac{40{,}25}{2\cdot\pi\cdot 0{,}07\cdot 3{,}79}=44{,}17\ \text{°C}.$$

Dijagram



Iako je izračunata temperatura lima (~44 °C) dosta različita od pretpostavljene (30 °C), rezultati nisu jako daleko od točnih – ponovimo li cijeli račun s pretpostavljenom temperaturom aluminijskog lima 44 °C, dobit ćemo:

$$\alpha_{v,k}\cong 3{,}68\ \text{W/(m}^2\,\text{K)}$$

i $$\alpha_{v,uk}\cong 4{,}39\ \text{W/(m}^2\,\text{K)}$$

što je dosta različito od 3,76, ali su ostale vrijednosti znatno bolje:

$$\Phi/L\cong 41{,}64\ \text{W/m}$$

i $$\vartheta_{s,4}=41{,}55\ \text{°C}.$$

Stvar je procjene treba li, kada i do koje točnosti, račun ponavljati (iterirati).

<u>Time je zadatak gotov</u>!

Na sljedećoj stranici prikazan je načelno ispravniji, ali i složeniji način traženja temperature $T_{s,4}$:

Načelno ispravniji, ali i složeniji način traženja temperature $T_{s,4}$ bio bi sljedeći:

- ukupni toplinski tok koji iznutra dolazi do lima možemo izraziti jednadžbom:

$$\frac{\Phi_{uk}}{L}=\frac{2\,\pi\left(T_{s,2}-T_{s,4}\right)}{\dfrac{1}{\lambda_1}\ln\dfrac{r_3}{r_2}+\dfrac{1}{\lambda_2}\ln\dfrac{r_4}{r_3}}=\frac{2\cdot\pi\cdot\left(393{,}15-T_{s,4}\right)}{\dfrac{1}{0{,}1}\ln\dfrac{50}{30}+\dfrac{1}{0{,}05}\ln\dfrac{70}{50}}=0{,}53078\cdot\left(393{,}15-T_{s,4}\right);$$

- toplinski tok koji od lima odlazi konvekcijom na zrak izražen je jednadžbom:

$$\frac{\Phi_{k}}{L}=2\,\pi\,r_4\,\alpha_{v,k}\left(T_{s,4}-T_{v}\right)=2\cdot\pi\cdot0{,}07\cdot3{,}02\cdot\left(T_{s,4}-293{,}15\right)=1{,}32637\cdot\left(T_{s,4}-293{,}15\right);$$

- toplinski tok koji od lima odlazi zračenjem na zidove izražen je jednadžbom:

$$\frac{\Phi_{zr}}{L}=\varepsilon\,2\,\pi\,r_4\,\sigma\left(T_{s,4}^4-T_{z}^4\right)=0{,}1\cdot2\cdot\pi\cdot0{,}07\cdot5{,}67\cdot10^{-8}\cdot\left(T_{s,4}^4-T_{z}^4\right)=$$
$$=2{,}4938\cdot10^{-9}\cdot\left(T_{s,4}^4-290{,}15^4\right);$$

Bilanca energije lima kaže da je iznutra dovedeni toplinski tok jednak prema van odvedenom:

$$\boxed{\frac{\Phi_{uk}}{L}=\frac{\Phi_{k}}{L}+\frac{\Phi_{zr}}{L}}$$

iz čega slijedi:

$$0{,}53078\cdot\left(393{,}15-T_{s,4}\right)=1{,}32637\cdot\left(T_{s,4}-293{,}15\right)+2{,}4938\cdot10^{-9}\cdot\left(T_{s,4}^4-290{,}15^4\right).$$

Sređivanjem se dobije jednadžba:

$$2{,}4938\cdot10^{-9}\cdot T_{s,4}^4+1{,}85715\cdot T_{s,4}-615{,}17642=0\,,$$

čije je rješenje

$$T_{s,4}\cong317{,}59\ \text{K}\ \ (44{,}44\ ^\circ\text{C})\,!$$

Dakle, dobili smo približno isti rezultat kao i u postupku s ukupnim koeficijentom prijelaza topline! Rezultat bi i ovdje bio bolji da smo koeficijent konvektivnog prijelaza topline izračunali s boljom početnom pretpostavkom od zadanih 30 °C! Ipak, ovdje smo, načelno, izbjegli pogrešku računanja α_{zr} s netočnom pretpostavljenom vrijednošću! To što se ovdje baš i ne vidi da je rezultat točniji, posljedica je toga što je kod niskih temperatura (~40 °C) zračenje ionako slabo, pa ne utječe bitno na rezultate.

☺

191. U pregrijaču pare parnog kotla pregrijava se 20 000 kg/h suhozasićene vodene pare tlaka 50 bar na temperaturu 480 °C. Potreban toplinski tok daju dimni plinovi svojim hlađenjem od 1050 °C na 600 °C.

Izmjenjivač topline je građen iz čeličnih cijevi promjera 32/38 mm. Poznat je koeficijent prijelaza topline unutar cijevi (na strani pare) α_u = 200 W/(m^2 K) i s vanjske strane cijevi (na strani dimnih plinova) α_v = 100 W/(m^2 K).

Treba izračunati potrebnu površinu izmjenjivača topline, iskoristivost topline i stupanj djelovanja izmjenjivača za:

a) istosmjernu,

b) protusmjernu izvedbu.

Kolika je temperatura *vanjske* površine cijevi na onom kraju izmjenjivača, na kojem ulaze dimni plinovi?

*** Rješenje:
(Svrha: Pokazati postupak proračuna izmjenjivača, računanja toplinskog kapaciteta struja, razliku u učinku dvaju tipova izmjenjivača te određivanja površinskih temperatura cijevi.)

Izmijenjeni toplinski tok može se odmah izračunati iz zadanih podataka:

$$\Phi = q_{m,\mathrm{p}}\left(h_{\mathrm{pp}} - h_{\mathrm{szp}}\right) = \frac{20\,000}{3600}\cdot\left(3387{,}71 - 2794{,}23\right) = 3297\ \text{kW}$$

Za daljnji račun treba prvo ustanoviti koja je struja "**1**", a koja struja "**2**": budući da su ovdje poznate <u>sve temperature</u>, to je lako, jer <u>slabija struja "**1**" više mijenja svoju temperaturu.</u> To su očito dimni plinovi koji se hlade za 450 °C, dok se vodena para zagrijava od temperature zasićenja (263,94 °C za 50 bar, Toplinske tablice, str.6) na 480 °C, dakle, samo za 216 °C. Tako su dimni plinovi struja "**1**", a vodena para struja "**2**".

Isto tako, kad su poznate <u>sve</u> temperature, lako se izračunaju bezdimenzijske veličine:

$$\pi_3 = \frac{C_1}{C_2} = \frac{\vartheta_2'' - \vartheta_2'}{\vartheta_1' - \vartheta_1''} = \frac{480 - 264}{1050 - 600} = 0{,}48$$

$$\pi_1 = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = \frac{1050 - 600}{1050 - 264} = 0{,}5725$$

što znači da će se *treća* bezdimenzijska veličina $\pi_2 = (k\,A_0)/C_1$ očitati iz dijagrama za dotični tip izmjenjivača i u njoj će biti sadržana tražena veličina A_0. Da bi se ta tražena veličina mogla izdvojiti iz bezdimenzijskog sklopa, treba poznavati vrijednosti k i C_1.

Koeficijent prolaza topline određuje se iz poznatog izraza (odaberimo proizvoljno da bude sveden na *vanjsku* površinu cijevi):

$$k_{\mathrm{v}} = \frac{1}{\dfrac{r_{\mathrm{v}}}{r_{\mathrm{u}}\alpha_{\mathrm{u}}} + \dfrac{r_{\mathrm{v}}}{\lambda_{\check{c}}}\ln\dfrac{r_{\mathrm{v}}}{r_{\mathrm{u}}} + \dfrac{1}{\alpha_{\mathrm{v}}}} = \frac{1}{\dfrac{0{,}019}{0{,}016\cdot 200} + \dfrac{0{,}019}{58}\ln\dfrac{38}{32} + \dfrac{1}{100}} = 62{,}52\ \text{W/(m}^2\text{K)},$$

Želimo li računati s k svedenim na *unutarnju* površinu, on bi iznosio:

$$k_{\mathrm{u}} = \frac{r_{\mathrm{v}}}{r_{\mathrm{u}}}k_{\mathrm{v}} = \frac{38}{32}\cdot 62{,}52 = 74{,}25\ \text{W/(m}^2\text{K)}.$$

(Sam je izbor nevažan, jer ćemo kao rezultat dobiti onu površinu na koju je sveden k. Od ranije je poznato da je umnožak ($k\,A$) po definiciji konstantan, pa ćemo tako s manjom vrijednošću k_{v} dobiti veću površinu $A_{0,\mathrm{v}}$, a s većim k_{u} rezultat je manja površina $A_{0,\mathrm{u}}$. No, kako je $A_{0,\mathrm{v}} = n\,d_{\mathrm{v}}\,\pi L$, a $A_{0,\mathrm{u}} = n\,d_{\mathrm{u}}\,\pi L$, na duljinu cijevi to očito neće imati utjecaja! (n je broj cijevi u snopu - u ovom primjeru nije zadan, pa je ($n\,L$) <u>ukupna duljina svih cijevi u snopu</u>).

Druga potrebna veličina, C_1, ne može se ovdje izračunati iz definicijskog izraza $C_1 = q_{m,1}\, c_{p,1}$, jer za struju "1" (dimne plinove) nije poznat niti zasebni iznos protočne mase dimnih plinova $q_{\mathrm{m},1}$, niti njihov specifični toplinski kapacitet $c_{p,1}$. No, kako vrijedi Prvi glavni stavak $\Phi = q_{m,1} c_{p,1} \left(\vartheta_1' - \vartheta_1''\right) = C_1 \left(\vartheta_1' - \vartheta_1''\right)$, toplinski se kapacitet dimnih plinova dobije iz izraza:

$$C_1 = \frac{\Phi}{\left(\vartheta_1' - \vartheta_1''\right)} = \frac{3297 \cdot 10^3}{(1050 - 600)} = 7327\ \mathrm{W/K}$$

a) <u>istosmjerni izmjenjivač</u>

Iz dijagrama za istosmjerni izmjenjivač, za $\pi_3 = C_1/C_2 = 0{,}48$ i $\pi_1 = 0{,}5725$, očitana je vrijednost $\pi_2 = (k\, A_0)/C_1 = 1{,}27$. S tim se brojem dobije i potrebna površina istosmjernog izmjenjivača $A_{0,\mathrm{v}}$:

$$A_{0,\mathrm{v}} = \left(\frac{k\, A_0}{C_1}\right) \cdot \frac{C_1}{k_\mathrm{v}} = 1{,}27 \cdot \frac{7327}{62{,}52} = 148{,}8\ \mathrm{m}^2 \quad (\text{ili } A_{0,\mathrm{u}} = 125{,}3\ \mathrm{m}^2)$$

"Iskoristivost topline" ε za sve je tipove izmjenjivača jednaka π_1:

$\varepsilon = \pi_1 = 0{,}5725$,

ali je "stupanj djelovanja izmjenjivača" η za istosmjerni tip drugačiji nego za ostale:

$$\eta_\mathrm{i} = \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right) \cdot \pi_1 = (1 + 0{,}48) \cdot 0{,}5725 = 0{,}847 = 84{,}7\%$$

a) <u>protusmjerni izmjenjivač</u>

Iz dijagrama za protusmjerni izmjenjivač, za $\pi_3 = C_1/C_2 = 0{,}48$ i $\pi_1 = 0{,}5725$, očitana je vrijednost $\pi_2 = (k\, A_0)/C_1 = 1{,}02$. S tim se brojem dobije i potrebna površina protusmjernog izmjenjivača $A_{0,\mathrm{v}}$:

$$A_{0,\mathrm{v}} = \left(\frac{k\, A_0}{C_1}\right) \cdot \frac{C_1}{k_\mathrm{v}} = 1{,}02 \cdot \frac{7327}{62{,}52} = 119{,}5\ \mathrm{m}^2 \quad (\text{ili } A_{0,\mathrm{u}} = 100{,}7\ \mathrm{m}^2)$$

"Iskoristivost topline" ε opet je jednaka π_1:

$\varepsilon = \pi_1 = 0{,}5725$,

ali je za protusmjerni tip i "stupanj djelovanja izmjenjivača" jednak π_1:

$\eta_\mathrm{i} = \pi_1 = 0{,}5725 = 57{,}25\%$.

Fizikalni je smisao tih dvaju pokazatelja, ε i η, slijedeći:

- "Iskoristivost topline" ε pokazuje koliko se toplinskog toka iskoristi od ukupno teoretski raspoloživog (onog koji je određen protočnim masama dviju struja, njihovim ulaznim temperaturama i <u>drugim glavnim stavkom</u>!). Kako je za oba tipa zadan isti toplinski tok (3263 kW), a i svi su ostali podaci isti, oba tipa izmjenjivača iskorištavaju 57,3% teoretski raspoloživog toplinskog toka;
- "Stupanj djelovanja izmjenjivača" pokazuje koliko dotični izmjenjivač topline izmijeni u odnosu na ono što bi <u>isti tip izmjenjivača mogao izmijeniti kad bi imao beskonačno veliku površinu.</u> To što istosmjerni tip ima stupanj djelovanja veći (84,7 %) od protusmjernoga (57,3 %) <u>ne znači</u> da je on <u>bolji</u> (suprotno tome, <u>lošiji je</u>!) od protusmjernoga. To se vidi već i po tome što za isti učinak traži veću površinu (148,8 m^2 prema 119,5 m^2). Veći η ovdje znači samo to, da je istosmjerni tip za postavljeni zadatak (3297 kW) znatno bliže postizivoj granici koju taj tip izmjenjivača ne može premašiti! Naime, i s beskonačnom površinom istosmjerni bi izmjenjivač mogao paru pregrijati i dimne plinove ohladiti samo do <u>zajedničke</u> izlazne temperature ϑ'':

$$\vartheta'' = \frac{C_1\vartheta_1' + C_2\vartheta_2'}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{C_1}{C_2}\vartheta_1' + \vartheta_2'}{\frac{C_1}{C_2} + 1} = \frac{0{,}48 \cdot 1050 + 264}{0{,}48 + 1} = 518{,}9°\mathrm{C}$$

Kod protusmjernog su izmjenjivača te granice znatno više: dimni bi se plinovi kao "slabija" struja (teoretski) mogli ohladiti sve do 264°C, pregrijavajući pritom paru na 641,3°C.

Temperatura vanjske površine cijevi određena je, kao i ranije u poglavljima 3 i 4, odnosom pojedinih toplinskih otpora – većem otporu odgovara i veći pad temperature. Prema ideji prikazanoj u zadatku 47., diferencijalna jednadžba izmjenjivača kod kojega je, kao ovdje, slabija struja ("1") s vanjske strane cijevi, može se pisati u obliku:

$$\mathrm{d}\Phi = k_\mathrm{v}\left(\vartheta_1 - \vartheta_2\right)\mathrm{d}A_\mathrm{v} = \alpha_\mathrm{v}\left(\vartheta_1 - \vartheta_{\mathrm{s,v}}\right)\mathrm{d}A_\mathrm{v}$$

gdje su temperature ϑ_1 i ϑ_2 lokalne temperature struja "1" i "2" na promatranom mjestu površine. Iz gornjeg izraza slijedi temperatura stijenke $\vartheta_{\mathrm{s,v}}$:

$$\vartheta_{\mathrm{s,v}} = \vartheta_1 - \frac{k_\mathrm{v}}{\alpha_\mathrm{v}}\left(\vartheta_1 - \vartheta_2\right).$$

Kako se u obadva slučaja traži temperatura stijenke na onom kraju izmjenjivača na kojem ulaze dimni plinovi, temperatura ϑ_1 uvijek će biti ϑ_1', dok će se temperatura struje "2" (ϑ_2) razlikovati ovisno o smjeru strujanja.

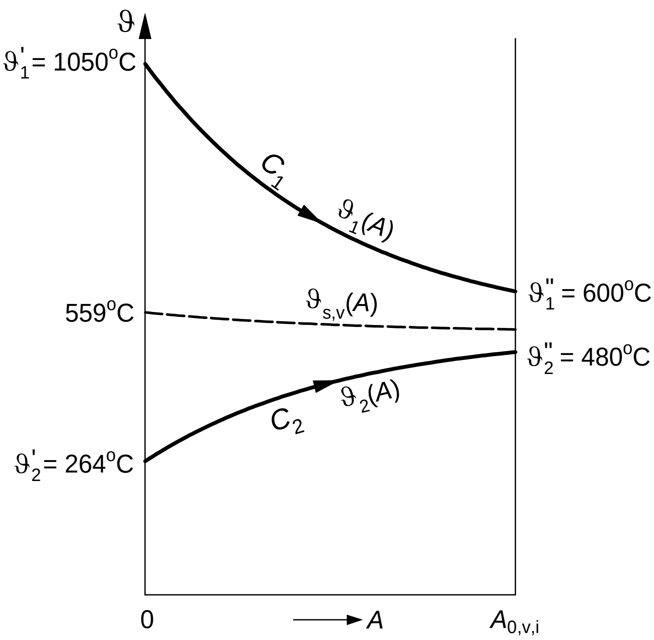
a) istosmjerni izmjenjivač – struja "2" ulazi tamo gdje ulazi i struja "1", pa je $\vartheta_2 = \vartheta_2'$:

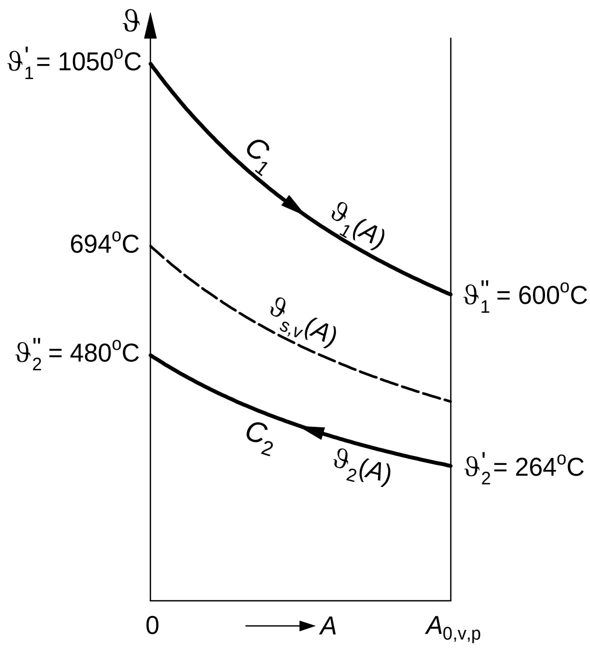
$$\vartheta_{\mathrm{s,v,a}} = \vartheta_1' - \frac{k_\mathrm{v}}{\alpha_\mathrm{v}}\left(\vartheta_1' - \vartheta_2'\right) = 1050 - \frac{62{,}52}{100}\cdot\left(1050 - 264\right) = 558{,}6°\mathrm{C}.$$

b) protusmjerni izmjenjivač – struja "2" izlazi tamo gdje ulazi struja "1", pa je $\vartheta_2 = \vartheta_2''$:

$$\vartheta_{\mathrm{s,v,b}} = \vartheta_1' - \frac{k_\mathrm{v}}{\alpha_\mathrm{v}}\left(\vartheta_1' - \vartheta_2''\right) = 1050 - \frac{62{,}52}{100}\cdot\left(1050 - 480\right) = 693{,}6°\mathrm{C}.$$

iz čega se jasno vidi da je kod *protusmjernog* izmjenjivača stijenka barem na nekim mjestima izložena znatno višim temperaturama, jer se tamo gdje je grijanje stijenke najjače, na ulaznom kraju dimnih plinova, ona slabije hladi već pregrijanom parom.





192. Izmjenjivač topline je napravljen kao snop od 20 čeličnih cijevi promjera 32/38 mm. S vanjske stane potpuno kondenzira 1300 kg/h pregrijane vodene pare stanja 2 bar i 140 °C, kojom se zagrijava voda od 25 °C na 95 °C.

a) Odredite potrebnu površinu izmjenjivača topline i duljinu cijevnog snopa, ako je koeficijent prijelaza topline na strani pare α_p = 10 000 W/(m^2 K))!

b) Kolika bi bila izlazna temperatura iste količine vode iz tako dimenzioniranog izmjenjivača, ako bi se tlak pare smanjio prigušenjem na 1,6 bar, a sve ostale veličine ostanu *nepromijenjene*! Koliki bi bio potrošak pare?

Raspored temperatura u jednom i drugom slučaju skicirati u istom ϑ,A-dijagramu!

*** Rješenje:

(Svrha zadatka: Pokazati proračun *kondenzatora*, upozoriti na to da i kod kondenzacije *pregrijane pare* na rad izmjenjivača utjecaj ima samo temperatura zasićenja pare, a ne njena stvarna ulazna temperatura! Pokazati da jedan uređaj može raditi u različitim uvjetima, dajući različiti učinak. Pokazati da su u ovom slučaju obadva režima rada (koji se stvarno razlikuju), promatrano bezdimenzijski, zapravo identični!)

a) Izmijenjeni toplinski tok određen je protočnom masom i promjenom entalpije pare:

$$\Phi_a = q_{m,p}\left(h_{pp} - h_{vk}\right) = 1300 \cdot (2748{,}31 - 504{,}68) = 2{,}917 \cdot 10^6 \text{ kJ/h} = 810{,}2 \text{ kW}$$

a s njime je onda određena i protočna masa vode koja se zagrijava:

$$q_{m,w} = \frac{\Phi_a}{c_w \Delta\vartheta_w} = \frac{810{,}2}{4{,}1828 \cdot 70} = 2{,}767 \text{ kg/s} = 9962 \text{ kg/h}$$

Prisilna konvekcija, strujanje kroz cijev

$$w = \frac{q_{m,w}}{\rho A} = \frac{4\, q_m}{\rho\, n\, d_u^2\, \pi} = \frac{4 \cdot 2{,}767}{983{,}21 \cdot 20 \cdot 0{,}032^2 \cdot \pi} = 0{,}175 \text{ m/s}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{w\, d_u}{\nu} = \frac{0{,}175 \cdot 0{,}032}{0{,}4744 \cdot 10^{-6}} = 11\,800 >> 3000$$

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha_u\, d_u}{\lambda} = \frac{0{,}0398 \text{ Pr Re}^{0{,}75}}{1 + 1{,}74 \text{ Re}^{-0{,}125}(\mathrm{Pr} - 1)} = 64{,}98$$

$$\alpha_u = \frac{\mathrm{Nu}\, \lambda}{d_u} = \frac{64{,}98 \cdot 0{,}65440}{0{,}032} = 1329 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$$

- voda Topl. tablice, str.44 $\vartheta_{w,sr} = \frac{\vartheta'_w + \vartheta''_w}{2} = 60$ °C
ρ = 983,21 kg/m^3 c = 4,1828 kJ/(kg K) λ = 0,65440 W/(m K) η = 466,4·10^{-6} N s/m^2 ν = 0,4744·10^{-6} m^2/s Pr = 2,9811

Koeficijent prolaza topline može se računati sveden na bilo koju površinu: ona na koju je sveden, ta se i dobije kao rezultat. Iako se vanjska i unutarnja površina cijevi razlikuju, duljina cijevi je ista! Odaberemo li k_u sveden na unutarnju površinu, dobije se:

$$k_u = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{r_u}{\lambda_č} \ln\frac{r_v}{r_u} + \frac{r_u}{r_v \alpha_v}} = \frac{1}{\frac{1}{1329} + \frac{0{,}016}{58} \ln\frac{38}{32} + \frac{0{,}016}{0{,}019 \cdot 10\,000}} = 1131 \text{ W/(m}^2\text{ K)},$$

a na vanjsku površinu: k_v = 950 W/(m^2 K). Dalje ćemo računati s k_u.

U svakom je izmjenjivaču, u kojem para kondenzira, svakako $C_1/C_2 = 0$, pa je voda slabija struja ("1") s toplinskim kapacitetom

$$\dot{C}_1 = q_{m,w}\, c_w = 2{,}767 \cdot 4182{,}8 = 11\,575 \text{ W/K}$$

S poznatim vrijednostima:

$$\pi_3 = \frac{C_1}{C_2} = 0 \qquad \text{i} \qquad \pi_1 = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = \frac{25 - 95}{25 - \underline{\underline{120{,}21}}} = 0{,}7352$$

iz **<u>bilo kojeg dijagrama</u>** može se očitati treća veličina: $\pi_2 = (k\,A_0)/C_1 = 1{,}33$. Ona se može za ovaj slučaj jednostavno i izračunati iz izraza:

$$\pi_2 = \frac{k\,A_0}{C_1} = -\ln\left(1 - \pi_1\right) = -\ln\left(1 - 0{,}735\right) = 1{,}33 \qquad \text{(samo za } C_1/C_2 = 0\text{!).}$$

Iz značajke π_2 može se izračunati površina $A_{0,\mathrm{u}}$, ako znamo k_u i C_1:

$$A_{\mathrm{o,u}} = \left(\frac{k\,A_\mathrm{o}}{\dot{C}_1}\right)\cdot\frac{\dot{C}_1}{k_\mathrm{u}} = 1{,}33\cdot\frac{11575}{1131} = 13{,}60\ \mathrm{m}^2,$$

a iz nje i duljina cijevnog snopa $L = \dfrac{A_{\mathrm{o,u}}}{n\,d_\mathrm{u}\,\pi} = \dfrac{13{,}60}{20\cdot 0{,}032\cdot\pi} = 6{,}76\ \mathrm{m}$

b) I u ovom slučaju para kondenzira ($C_1/C_2 = 0$), a iste su i vrijednosti k_u, $A_{0,\mathrm{u}}$ i C_1, dakle, i značajka $\pi_2 = 1{,}33$ ostaje ista. To znači, da je i temperaturna funkcija π_1 <u>ista:</u> $\pi_1 = 0{,}7352$! Kako su u njoj sadržane tri temperature: ϑ_1', ϑ_1'' i ϑ_2', njihovi iznosi <u>ne moraju biti isti kao pod “a”</u>, ali moraju biti takvi da, uvršteni u jednadžbu za π_1 daju 0,7352!

Iz jednadžbe $\quad \pi_1 = \dfrac{\vartheta_1' - \vartheta_{1\mathrm{b}}''}{\vartheta_1' - \vartheta_{2\mathrm{b}}'} = 0{,}7352$

slijedi $\vartheta_{1\mathrm{b}}'' = \vartheta_1' - \pi_1\left(\vartheta_1' - \vartheta_{2\mathrm{b}}'\right) = 25 - 0{,}7352\cdot\left(25 - 113{,}30\right) = 89{,}92\ {}^\circ\mathrm{C}$

Izmijenjeni se je toplinski tok smanjio, jer su se, sa sniženjem temperature ϑ_2' smanjile i sve lokalne razlike temperatura:

$$\Phi_\mathrm{b} = \dot{C}_1\left(\vartheta_{1\mathrm{b}}'' - \vartheta_1'\right) = 11575\cdot\left(89{,}92 - 25\right) = 751\,400\ \mathrm{W} = 751{,}4\ \mathrm{kW}$$

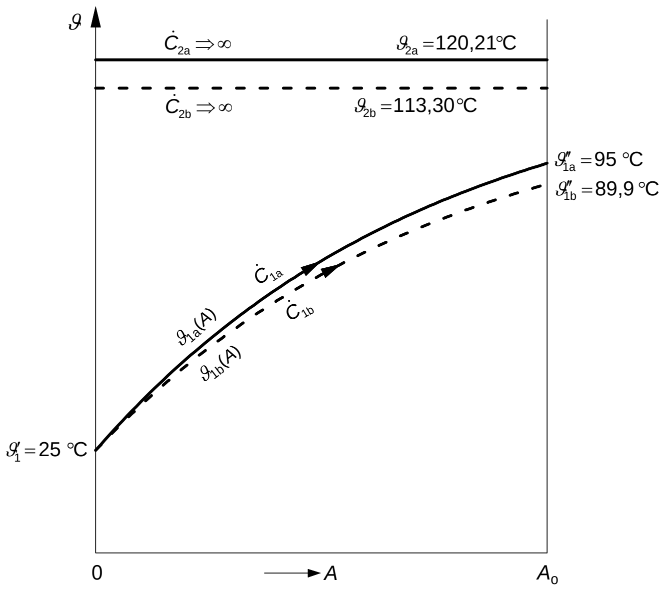
Potrošak pare je također manji:

$$q_{m,\mathrm{p,b}} = \frac{\Phi_\mathrm{b}}{\left(h_\mathrm{pp} - h_\mathrm{vk,b}\right)} = \frac{751{,}4\cdot 10^{-3}}{\left(2748{,}31 - 475{,}34\right)} = 0{,}3306\ \mathrm{kg/s} = 1190\ \mathrm{kg/h}$$

Entalpija pare ostaje i nakon prigušivanja ista (osnovno obilježje prigušivanja!), ali se entalpija vrele kapljevine smanjila, jer joj se je i temperatura snizila sa 120,21°C na 113,30°C.

Iako je prigušenjem para (koja je već bila pregrijana) još više ušla u pregrijano područje, i dalje je temperatura zasićenja ona koja određuje intenzitet izmjene topline, što se vidi iz značajke π_1. To što je para pregrijana ima odraza <u>samo</u> na potrošak pare!

Kako je pokazano na početku dijela “b”, ta su dva režima rada, iako stvarno različiti, <u>bezdimenzijski isti,</u> jer su opisani trima jednakim bezdimenzijskim parametrima! ☺



201. Plinsko gorivo volumenskog sastava: 80 % metana, 15 % etana i 5 % propana potpuno izgara s 15 % pretička zraka.

a) Kolika bi se temperatura postigla u toplinski izoliranom ložištu, ako gorivo ulazi u ložište s 0 °C, a zrak za izgaranje s 250 °C? (Pretpostaviti 2000 °C!).

b) Ako stijenke ložišta *nisu izolirane*, nego se za vrijeme izgaranja toplinski tok odvodi iz ložišta, koliko topline treba odvesti da bi temperatura dimnih plinova na izlazu iz ložišta bila 1300 °C?

c) Dimni plinovi izlaze s temperaturom 200 °C u okoliš normalnog stanja. Koliki su gubici osjetne topline i koliki je protočni volumen dimnih plinova u dimnjaku, ako je protočna količina goriva 10 kmol/h?

Računati sa srednjim specifičnim (molarnim) toplinskim kapacitetima!

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Pokazati osnovne stehiometrijske jednadžbe izgaranja i kako se s pomoću njih mogu izračunati sve potrebne veličine. Pokazati računanje temperature u ložištu, kako izoliranom, tako i neizoliranom.)

Gorivo je plinska smjesa metana (CH_4), etana (C_2H_6) i propana (C_3H_8). Za svaki od ta tri plina, stehiometrijska jednadžba izgaranja glasi (broj atoma na lijevoj i desnoj strani jednadžbe mora biti jednak):

- za metan: $\mathrm{CH_4 + 2\,O_2 \rightarrow CO_2 + 2\,H_2O}$

- za etan: $\mathrm{C_2H_6 + 3\tfrac{1}{2}\,O_2 \rightarrow 2\,CO_2 + 3\,H_2O}$

- za propan: $\mathrm{C_3H_8 + 5\,O_2 \rightarrow 3\,CO_2 + 4\,H_2O}$.

Kako je po definiciji 1 kmol = $6{,}023\cdot10^{26}$ elementarnih čestica (onakvih, u kakvom se obliku tvar pojavljuje), gornje se jednadžbe mogu pomnožiti s Loschmidtovim (Avogadrovim) brojem ($6{,}023\cdot10^{26}$), tako da se, umjesto na pojedine čestice, odnose na kilomolove dotičnih sudionika:

- za metan: $\mathrm{1\,kmol\,CH_4 + 2\,kmol\,O_2 \rightarrow 1\,kmol\,CO_2 + 2\,kmol\;H_2O}$

- za etan: $\mathrm{1\,kmol\,C_2H_6 + 3\tfrac{1}{2}\,kmol\,O_2 \rightarrow 2\,kmol\,CO_2 + 3\,kmol\,H_2O}$

- za propan: $\mathrm{1\,kmol\,C_3H_8 + 5\,kmol\,O_2 \rightarrow 3\,kmol\,CO_2 + 4\,kmol\,H_2O}$,

a u tom obliku ove jednadžbe opisuju sve stehiometrijske odnose pri izgaranju. Primjerice, prva jednadžba za metan kaže da <u>za izgaranje jednog kilomola metana</u> trebaju <u>dva</u> kilomola kisika, da nastaje <u>jedan</u> kilomol ugljikovog dioksida i <u>dva</u> kilomola vodene pare.

U jednom kilomolu <u>goriva</u> sadržano je 0,8 kmol metana, 0,15 kmol etana i 0,05 kmol propana, pa je *minimalna* (*stehiometrijska, teoretska*) količina kisika za izgaranje <u>jednoga kilomola goriva</u> zbroj pojedinačnih potrebnih količina:

$$O_{\min} = 0{,}8\cdot2 + 0{,}15\cdot3{,}5 + 0{,}05\cdot5 = 2{,}375\ \mathrm{kmol_{O_2}/kmol_G}\ .$$

Ako se kisik za izgaranje dovodi u zraku (koji ga sadrži 21% - molni), količinski treba oko pet puta više zraka (točnije: 1/0,21):

$$Z_{\min} = \frac{O_{\min}}{0{,}21} = \frac{2{,}375}{0{,}21} = 11{,}31\ \mathrm{kmol_z/kmol_G}\ .$$

Za svako izgaranje, želimo li da bude potpuno, treba dovesti <u>više</u> zraka od minimalne količine, i to λ - puta (λ je "faktor pretička zraka"):

$$Z_{\text{stv}} = \lambda \cdot Z_{\min} = \lambda \cdot \frac{O_{\min}}{0{,}21} = 1{,}15 \cdot \frac{2{,}375}{0{,}21} = 13{,}006\ \text{kmol}_{\text{z}}/\text{kmol}_{\text{G}}\ .$$

Količine dimnih plinova koje nastaju izgaranjem odabrane jedinice goriva (1 kmol) također slijede iz stehiometrijskih jednadžbi:

- količina ugljikovog dioksida određena je količinom ugljika u gorivu:

$$n_{\text{CO}_2} = [\text{CO}_2] = 0{,}8 \cdot 1 + 0{,}15 \cdot 2 + 0{,}05 \cdot 3 = 1{,}25\ \text{kmol}_{\text{CO}_2} / \text{kmol}_{\text{G}}$$

gdje je n_{CO_2} novija, a $[\text{CO}_2]$ starija oznaka za količinu nastalog ugljikovog dioksida po odabranoj jedinici goriva.

- količina vodene pare određena je količinom vodika u gorivu (i vlage, kad bi je u gorivu bilo):

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = [\text{H}_2\text{O}] = 0{,}8 \cdot 2 + 0{,}15 \cdot 3 + 0{,}05 \cdot 4 = 2{,}25\ \text{kmol}_{\text{H}_2\text{O}} / \text{kmol}_{\text{G}}\ .$$

- količina slobodnoga kisika je zapravo višak dovedenoga kisika, tj. razlika između dovedenog kisika ($O_{\text{stv}} = \lambda\, O_{\min}$) i onoga ($O_{\min}$) koji se uopće može potrošiti, dakle, koji se ima s čime spojiti:

$$n_{\text{O}_2} = [\text{O}_2] = (\lambda - 1)\, O_{\min} = (1{,}15 - 1) \cdot 2{,}375 = 0{,}3563\ \text{kmol}_{\text{O}_2} / \text{kmol}_{\text{G}}$$

- pojavljuje se još i dušik, jer se dovodi sa zrakom (koji ga sadrži 79% - molnih):

$$n_{\text{N}_2} = [\text{N}_2] = 0{,}79 \cdot Z_{\text{stv}} = 0{,}79 \cdot 13{,}006 = 10{,}2747\ \text{kmol}_{\text{N}_2} / \text{kmol}_{\text{G}}\ .$$

Svi oni zajedno čine "vlažne dimne plinove", tj. to su stvarni dimni plinovi koji nastaju izgaranjem:

$$n_{\text{vl}} = n_{\text{CO}_2} + n_{\text{H}_2\text{O}} + n_{\text{O}_2} + n_{\text{N}_2} = 14{,}131\ \text{kmol}_{\text{vdp}} / \text{kmol}_{\text{G}}\ ,$$

a bez vodene pare to bi bili tzv. "suhi dimni plinovi", koji nisu stvarni. No, za potrebe mjerenja sastava dimnih plinova, uzorak bi se ohladio na okolišnu temperaturu, pri čemu bi vlaga kondenzirala (ili se uklonila apsorpcijom), tako da se mjerenjem obično dobije "sastav suhih dimnih plinova", primjerice Orsat-aparatom. Osim kad se u račun ulazi s mjerenim sastavom suhih dimnih plinova, ili se računa njihov sastav, u ostalim se situacijama redovito računa sa stvarnim, dakle, vlažnim dimnim plinovima!

Temperatura izgaranja (ili temperatura dimnih plinova na izlazu iz ložišta), bez obzira na to je li izgaranje potpuno ili nije, te je li ložište izolirano ili nije, određena je energijskom bilancom (Prvim glavnim stavkom) i može se računati s pomoću jednadžbe:

$$\vartheta_{\text{izg}} = \frac{\Delta h_{\text{d}} + h_{\text{G}} + Z_{\text{stv}}\, h_{\text{z}} - |q_{\text{odv}}|}{\sum n_{\text{i}} \left[C_{\text{m}p,i}\right]_0^{\vartheta_{\text{izg}}}}$$

u kojoj je Δh_{d} (J/jed.$_{\text{G}}$) donja ogrjevna vrijednost goriva po odabranoj jedinici goriva (onoj, s kojom se računa cijeli zadatak) i odnosi se na potpuno izgaranje. Ovdje se računa s donjom ogrjevnom vrijednošću, jer je temperatura u ložištu vrlo visoka, pa se dio energije troši za prevođenje vlage (bilo nastale izgaranjem vodika, bilo isparivanjem - ishlapljivanjem već postojeće vlage u gorivu), a ne dobije se natrag, jer hlađenja dimnih plinova nema.

Član h_{G} (J/jed.$_{\text{G}}$) je entalpija goriva koju ono unosi u ložište, ako ulazi s temperaturom većom od 0 °C.

Zrak, ako ulazi s temperaturom većom od 0 °C, unosi u ložište svoju entalpiju $Z_{\text{stv}}\, h_{\text{z}}$ (J/jed.$_{\text{G}}$).

Zadnji član u brojniku $|q_{\text{odv}}|$ je toplina (J/jed.$_{\text{G}}$) odvedena iz ložišta. Ona može biti jednaka nuli ako je ložište izolirano ("adijabatsko"), a ako je ložište neizolirano, uvijek je odvedena, zbog visoke temperature u ložištu.

Suma u nazivniku je toplinski kapacitet dimnih plinova, a pomnožena s temperaturom ϑ_{izg} postaje entalpija koju iznose dimni plinovi iz ložišta. Suma se sastoji od umnožaka količina pojedinih dimnih plinova (n_i) (kmol$_i$/jed.$_G$) nastalih izgaranjem, s njihovim srednjim molnim toplinskim kapacitetom između temperatura 0°C i temperature izgaranja ϑ_{izg} : $\left[C_p\right]_0^{\vartheta_{izg}}$. Gornja je jednadžba općenita, pa se pojedini članovi u gornjoj jednadžbi prilagođavaju promatranoj situaciji.

Ogrjevna je vrijednost goriva njegovo svojstvo i odnosi se na potpuno izgaranje. Određuje se mjerenjem na uzorku, a u nedostatku pouzdanih mjerenih podataka kao i u ovakvim "školskim" primjerima može se koristiti i približna formula, koja za smjesu gorivih plinova glasi:

$$\Delta h_d = \sum y_i \, \Delta h_{d,i} \,,$$

što, prevedeno u oznake ovog zadatka, daje:

$$\begin{aligned}\Delta h_d &= y_{CH_4}\,\Delta h_{d,CH_4} + y_{C_2H_6}\,\Delta h_{d,C_2H_6} + y_{C_3H_8}\,\Delta h_{d,C_3H_8} = \\ &= 0{,}8\cdot 802{,}3 + 0{,}15\cdot 1427{,}9 + 0{,}05\cdot 2044 = 958{,}2 \ \text{MJ/kmol} = 958\,200\ \text{kJ/kmol}\end{aligned}$$

(za pretvorbu mjernih jedinica iz normnoga kubnog metra u kilomol uzet je faktor 22,41 isti za sve plinove; može se računati i s "točnijom", zasebnom vrijednošću za svaki plin, navedenom u Toplinskim tablicama, str. 28., tamo gdje se nalaze i njihove ogrjevne vrijednosti)

a) Temperatura koja se postiže pri potpunom izgaranju u izoliranom ložištu naziva se i "teorijska temperatura izgaranja". Poteškoća pri njenom računanju je ta, da se mora računati iteracijom, jer traženi rezultat utječe na nazivnik kao ulazna veličina pri određivanju srednjeg molnog toplinskog kapaciteta. U ovom zadatku, da bi se izbjegla iteracija, sugerirana je vrijednost 2000 °C za računanje (tako se obično i na ispitu zadaje) koja je već dovoljno blizu točne vrijednosti, pa se od prvog pokušaja dobije točan rezultat. Inače, kod nasumičnog pogađanja konvergencija je prilično brza i vrijedi približno pravilo da se pogreška u svakom koraku smanji za oko 10 puta (8 - 12 puta) i to na suprotnu stranu. Primjerice, ako pri prvom pokušaju pogriješimo za +200°C, rezultat će ispasti za oko 20 °C manji od točnoga. Ako s tim novim rezultatom (pogreška –20 °C) ponovimo račun, sljedeća pogreška će biti oko +2 °C itd.

Potrebni podaci za sljedeće formule računaju se s pomoću tablice:

PLIN	n_i	$\left[C_{p,i}\right]_0^{2000}$	$n_i\left[C_{p,i}\right]_0^{2000}$	$\left[C_{p,i}\right]_0^{1300}$	$n_i\left[C_{p,i}\right]_0^{1300}$	$\left[C_{p,i}\right]_0^{200}$	$n_i\left[C_{p,i}\right]_0^{200}$
CO_2	1,250	54,290	67,863	51,322	64,153	40,059	50,074
O_2	0,3563	35,169	12,531	33,863	12,065	29,931	10,664
N_2	10,2747	33,373	342,898	32,067	329,479	29,228	300,309
H_2O	2,25	43,995	98,989	40,407	90,916	34,118	76,766
Σ=	14,131		522,280		496,612		437,813

Za zadane vrijednosti dobije se teorijska temperatura izgaranja:

$$\vartheta_{teor} = \frac{\Delta h_d + Z_{stv}\left[C_{mp,z}\right]_0^{\vartheta_z}\cdot\vartheta_z}{\sum n_i\left[C_{mp,i}\right]_0^{\vartheta_{izg}}} = \frac{958\,200 + 13{,}006\cdot 29{,}41\cdot 250}{522{,}28} = 2017{,}8\ \ ^\circ\text{C}$$

i to se može smatrati dovoljno točnim rezultatom, jer bi, prema gornjem približnom pravilu, rezultat sljedećega koraka iteracije bio oko 2015 °C!

b) Odvedena toplina iz hlađenog ložišta može se računati kao toplina koju oslobađaju dimni plinovi pri hlađenju od teoretske do stvarne temperature:

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = n_{\mathrm{vdp}}\left[C_{\mathrm{p,vdp}}\right]_{\vartheta_{\mathrm{stv}}}^{\vartheta_{\mathrm{teor}}}\left(\vartheta_{\mathrm{teor}} - \vartheta_{\mathrm{stv}}\right)$$

ali je jednostavnije koristiti se već izračunatim podacima iz tablice:

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = \sum n_{\mathrm{i}}\left[C_{\mathrm{mp},i}\right]_{0}^{\vartheta_{\mathrm{teor}}}\cdot\vartheta_{\mathrm{teor}} - \sum n_{\mathrm{i}}\left[C_{\mathrm{mp},i}\right]_{0}^{\vartheta_{\mathrm{stv}}}\cdot\vartheta_{\mathrm{stv}}$$

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = 522{,}28\cdot 2017{,}8 - 496{,}612\cdot 1300 = 408\,300\ \ \mathrm{kJ/kmol_G}\ ,$$

što sa zadanom protočnom količinom goriva (10 kmol/h) daje odvedeni toplinski tok:

$$\left|\Phi_{\mathrm{odv}}\right| = q_{\mathrm{N,G}}\cdot\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = 10\cdot 408\,300 = 4{,}083\cdot 10^{6}\ \ \mathrm{kJ/h} = 1134\ \ \mathrm{kW}\ .$$

(Pazi! Odvedena je toplina negativna, ali ovdje se računa njena apsolutna vrijednost!)

Isto tako mogla bi se koristiti i gornja formula za stvarnu temperaturu izgaranja:

$$\vartheta_{\mathrm{stv}} = \frac{\Delta h_{\mathrm{d}} + Z_{\mathrm{stv}}\,h_{\mathrm{z}} - \left|q_{\mathrm{odv}}\right|}{\sum n_{\mathrm{i}}\left[C_{\mathrm{mp},i}\right]_{0}^{1300}} = 1300\ \ {}^{\circ}\mathrm{C}\ ,$$

iz koje bi slijedilo:

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = \Delta h_{\mathrm{d}} + Z_{\mathrm{stv}}\left[C_{\mathrm{mp,z}}\right]_{0}^{250}\cdot 250 - 1300\cdot\sum n_{i}\left[C_{\mathrm{mp},i}\right]_{0}^{1300}\ ,$$

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = 958\,200 + 13{,}006\cdot 29{,}410\cdot 250 - 1300\cdot 496{,}612 = 408\,300\ \mathrm{kJ/kmol_G}\ .$$

Velika prednost ove potonje formule je ta, da se u njoj ne pojavljuje temperatura adijabatskog izgaranja. U ovom zadatku ta prednost nije izražena, jer je ta temperatura već poznata, ali bi je inače trebalo računati iteracijom!

c) "Gubici osjetne topline" je naziv za onu toplinu koja bi se još dobila, kad bi se dimni plinovi hladili od zadanih 200 °C sve do okolišne temperature

$$\left|q_{\mathrm{osj}}\right| = \sum n_{\mathrm{i}}\left[C_{\mathrm{mp,i}}\right]_{\vartheta_{\mathrm{ok}}}^{\vartheta_{\mathrm{izl}}}\cdot\left(\vartheta_{\mathrm{izl}} - \vartheta_{\mathrm{ok}}\right) = \sum n_{\mathrm{i}}\left[C_{\mathrm{mp,i}}\right]_{0}^{200}\cdot\left(200-0\right) =$$
$$= 437{,}813\cdot 200 = 87\,560\ \mathrm{kJ/kmol_G}\,;$$

$$\left|\Phi_{\mathrm{osj}}\right| = q_{n,\mathrm{G}}\cdot\left|q_{\mathrm{osj}}\right| = 10\cdot 87\,560 = 875\,600\ \mathrm{kJ/h} = 243{,}2\ \mathrm{kW}\ .$$

Protočna količina (pravih, tj. vlažnih) dimnih plinova je

$$q_{n,\mathrm{vdp}} = q_{n,\mathrm{G}}\cdot n_{\mathrm{vdp}} = 10\cdot 14{,}131 = 141{,}31\ \mathrm{kmol_{vdp}}/\mathrm{h}\ ,$$

a njihov je protočni volumen (u dimnjaku) određen tlakom (u dimnjaku - približno jednak okolišnom tlaku), izlaznom temperaturom i jednadžbom stanja idealnih plinova:

$$q_{V,\mathrm{vdp}} = \frac{q_{n,\mathrm{vdp}}\,R_{\mathrm{m}}\,T_{\mathrm{izl}}}{p} = \frac{141{,}31\cdot 8314\cdot 473{,}15}{1{,}013\cdot 10^{5}} = 5486\ \mathrm{m^3/h}\ .$ ☺

202. Ložište kotla za centralno grijanje predviđeno je za (potpuno) izgaranje 50 kg/h ugljena masenog sastava: $c = 0{,}56$; $h = 0{,}07$; $w = 0{,}20$ i $a = 0{,}17$ s pretičkom zraka $\lambda = 1{,}4$ i to tako, da zrak i ugljen ulaze u ložište s 0 °C, a dimni plinovi izlaze iz ložišta u dimnjak s 300 °C.

a) Koliki je toplinski tok odveden iz ložišta (učin kotla) i koliko m^3/h zraka (0 °C, 1 bar) treba dovoditi u ložište?

b) Ako bi se u ložište, umjesto rešetke za ugljen, ugradio plamenik za ulje za loženje (0 °C, $c = 0{,}85$; $h = 0{,}15$; $\lambda = 1{,}1$), koliko bi goriva (kg/h) i zraka (m^3/h) trebalo dovoditi u ložište, pa da učin kotla ostane isti, a da i izlazna temperatura tih dimnih plinova bude također 300 °C?

Računati sa srednjim specifičnim (molarnim) toplinskim kapacitetima!

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Pokazati kako se računaju potrebne veličine za gorivo zadano masenim sastavom.)

Za goriva zadana masenim sastavom kao jedinica goriva odabire se 1 kg goriva, pa se i svi rezultati iskazuju po toj jedinici. Za sve stehiometrijske račune treba zadane masene podatke preračunati u količinske (molne) podatke.

Primjerice, maseni udio ugljika u gorivu, c (kg_C/kg_G), iskazuje masu ugljika u jedinici goriva. Njegovim dijeljenjem s molnom masom ugljika ($M_C = 12\ kg_C/kmol_C$) dobije se količina ugljika u jedinici (kilogramu) goriva: $c/12\ kmol_C/kg_G$. S tom količinom ugljika onda je određena i potrebna količina kisika za izgaranje, i nastala količina ugljikovog dioksida u dimnim plinovima. Slično se postupa i s ostalim sudionicima goriva.

a) Izgaranje ugljena masenog sastava: $c = 0{,}56$; $h = 0{,}07$; $w = 0{,}20$ i $a = 0{,}17$:

Minimalna količina kisika i stvarno dovedena količina zraka za izgaranje:

$$O_{min} = 1\cdot\frac{c}{12} + \frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2} + 1\cdot\underbrace{\frac{s}{32}}_{=0} - \underbrace{\frac{o}{32}}_{=0} = \frac{0{,}56}{12} + \frac{0{,}07}{4} = 0{,}06417\ \ kmol_{O_2}/kg_G$$

Broj "1" uz član $c/12$ potječe iz stehiometrijske jednadžbe

$$1\ \ kmol\,C + \underline{1}\ \ kmol\,O_2 \rightarrow 1\ \ kmol\,CO_2$$

i govori koliko treba kisika za izgaranje jednoga kilomola ugljika, dakle, ima mjernu jedinicu "kilomola kisika po kilomolu ugljika", $kmol_{O_2}/kmol_C$. Dakle, $1\ \ kmol_{O_2}/kmol_C$, pomnožen sa: $c/12\ kmol_C/kg_G$ daje količinu kisika potrebnog za izgaranje ugljika sadržanog u jedinici goriva.

Slično i "1/2" uz član $h/2$ slijedi iz stehiometrijske jednadžbe za izgaranje vodika:

$$1\ \ kmol\,H_2 + \tfrac{1}{2}\ \ kmol\,O_2 \rightarrow 1\ \ kmol\ \ H_2O,$$

pa je i drugi član $(h/4)\ \ kmol_{O_2}/kg_G$ ona količina kisika koja je potrebna za izgaranje vodika sadržanog u jednom kilogramu goriva.

Ima li u gorivu sumpora, i za njegovo izgaranje treba dovesti kisik: $s/32\ \ kmol_{O_2}/kg_G$.

Minimalna se količina kisika kojeg treba izvana dovesti umanjuje za onoliko, koliko ga već ima u samome gorivu: $o/32\ \ kmol_{O_2}/kg_G$.

Stvarna se potrebna količina zraka opet računa po istoj formuli:

$$Z_{\mathrm{stv}} = \lambda \; \frac{O_{\min}}{0{,}21} = 1{,}4 \cdot \frac{0{,}06417}{0{,}21} = 0{,}42778 \;\; \mathrm{kmol_z / kg_G}\,.$$

Izgaranjem nastaju:

$$n_{\mathrm{CO_2}} = 1 \cdot \frac{c}{12} = \frac{0{,}56}{12} = 0{,}04667 \;\; \mathrm{kmol_{CO_2} / kg_G}\,,$$

Broj "1" u ovoj jednadžbi također potječe iz stehiometrijske jednadžbe i on kaže da iz jednoga kilomola ugljika potpunim izgaranjem nastaje jedan kilomol ugljikovog dioksida.

Kao slobodan kisik ostaje ono što je u suvišku i dovedeno i što se uopće nema s čime spojiti:

$$n_{\mathrm{O_2}} = (\lambda - 1)\, O_{\min} = (1{,}4 - 1) \cdot 0{,}06417 = 0{,}02567 \;\; \mathrm{kmol_{O_2} / kg_G}\,,$$

Dušika ima molnih 79 % u dovedenom zraku (u gorivu ga ovdje nema) i on bez promjena izlazi kao dušik (u stvarnosti pri visokim temperaturama došlo bi do djelomične disocijacije i spajanja s kisikom u dušične okside, ali to mi <u>uvijek</u> zanemarujemo):

$$n_{\mathrm{N_2}} = 0{,}79\, Z_{\mathrm{stv}} = 0{,}79 \cdot 0{,}42778 = 0{,}33794 \;\; \mathrm{kmol_{N_2} / kg_G}\,,$$

Vodena para nastaje izgaranjem vodika, ali se u dimu nađe i sva ona vlaga koja je kao vlaga u gorivu i ušla u ložište:

$$n_{\mathrm{H_2O}} = \frac{h}{2} + \frac{w}{18} = \frac{0{,}07}{2} + \frac{0{,}20}{18} = 0{,}04611 \;\; \mathrm{kmol_{H_2O} / kg_G}\,.$$

Ogrjevna vrijednost se za goriva zadana masenim sastavom (dakle, <u>nepoznate</u> kemijske strukture) pouzdano može odrediti samo mjerenjem. U nedostatku mjerenih vrijednosti, ili za ovakve školske primjere, možemo se poslužiti približnom formulom:

$$\Delta h_{\mathrm{d}} = 33900\; c + 117\,000 \cdot \left(h - \frac{o}{8} \right) + 10500\; s - 2500\; w$$

$$\Delta h_{\mathrm{d}} = 33900 \cdot 0{,}56 + 117\,000 \cdot 0{,}07 - 2500 \cdot 0{,}20 = 26\,674 \;\; \mathrm{kJ/kg_G}$$

Toplinski tok odveden iz ložišta može se izračunati na više načina (<u>svi</u> se zasnivaju na prvom glavnom stavku). Primjerice, mogli bismo izračunati teorijsku temperaturu izgaranja (kao da je ložište izolirano) i onda toplinski tok predan pri hlađenju od te temperature do izlazne temperature 300 °C. Ovaj način ima manu da se teorijska temperatura izgaranja mora tražiti iteracijom.

Drugi bi (i bolji) način bio da se poslužimo jednadžbom:

$$\vartheta_{\mathrm{stv}} = \frac{\Delta h_{\mathrm{d}} - |q_{\mathrm{odv}}|}{\sum n_i \left[C_{\mathrm{m}p,i} \right]_0^{300}} = 300 \;\; {}^\circ\mathrm{C}\,,$$

koja je pojednostavljena s $\vartheta_{\mathrm{G}} = \vartheta_{\mathrm{z}} = 0$ °C, a da za temperaturu izgaranja u <u>neizoliranom</u> ložištu uvrstimo zadanih 300 °C. Iz nje onda slijedi toplina odvedena iz ložišta:

$$|q_{\mathrm{odv}}| = \Delta h_{\mathrm{d}} - 300 \cdot \sum n_i \left[C_{\mathrm{m}p,i} \right]_0^{300}\,.$$

PLIN	n_i	$\left[C_{\mathrm{mp},i}\right]_0^{300}$	$n_i\left[C_{\mathrm{mp},i}\right]_0^{300}$
CO_2	0,04667	41,755	1,949
O_2	0,02567	30,400	0,7803
N_2	0,33794	29,383	9,930
H_2O	0,04611	34,575	1,594
Σ=			14,253

Drugi član na desnoj strani je <u>entalpija</u> izlaznih dimnih plinova, ali se, ako je tempera-tura okoliša u koji se oni izbacuju 0°C, može protumačiti i kao "gubitak osjetne topline"

$$\left|q_{\mathrm{osj}}\right| = \sum n_i \left[C_{\mathrm{mp},i}\right]_{\vartheta_{\mathrm{ok}}}^{\vartheta_{\mathrm{izl}}} \cdot \left(\vartheta_{\mathrm{izl}} - \vartheta_{\mathrm{ok}}\right) = \sum n_i \left[C_{\mathrm{mp},i}\right]_0^{300} \cdot \left(300-0\right) = \\ = 14{,}253 \cdot 300 = 4276 \quad \mathrm{kJ/kg_G},$$

pa se tražena toplina odvedena iz ložišta može pisati i ovako:

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = \Delta h_{\mathrm{d}} - \left|q_{\mathrm{osj}}\right|$$

i protumačiti na sljedeći način: u ložište kao energija ulazi samo ogrjevna vrijednost goriva (kemijska energija sadržana u gorivu), dok su (osjetne) entalpije i goriva i zraka jednake nuli (zbog $\vartheta_{\mathrm{G}} = \vartheta_{\mathrm{z}} = 0$ °C). Iz ložišta kao energija izlazi samo odvedena toplina q_{odv} i entalpija dimnih plinova (gubitak osjetne topline). Da je izgaranje bilo <u>nepotpuno</u>, iz ložišta bi <u>izlazio</u> još i dio kemijske energije u iznosu $\left|q_{\mathrm{neizg}}\right|$, ali toga ovdje nema.

Uvrštavanjem brojeva dobije se odvedena toplina po kilogramu goriva:

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = \Delta h_{\mathrm{d}} - \left|q_{\mathrm{osj}}\right| = 26\,674 - 4276 = 22\,398 \quad \mathrm{kJ/kg_G},$$

a onda i odvedeni toplinski tok (to je ustvari korisni učinak kotla):

$$\left|\Phi_{\mathrm{odv}}\right| = q_{\mathrm{m,G}} \cdot \left|q_{\mathrm{odv}}\right| = 50 \cdot 22\,398 = 1{,}120 \cdot 10^6 \;\; \mathrm{kJ/h} = 311 \;\; \mathrm{kW}.$$

Za izgaranje treba u ložište dovesti zrak u količini:

$$q_{n,\mathrm{z}} = q_{m,\mathrm{G}} \cdot Z_{\mathrm{stv}} = 50 \cdot 0{,}42778 = 21{,}39 \quad \mathrm{kmol_z/h} = 0{,}00594 \quad \mathrm{kmol_z/s},$$

a ta protočna količina ima pri stanju 0 °C i 1 bar protočni volumen:

$$q_{V,\mathrm{z}} = \frac{q_{n,\mathrm{z}}\, R_{\mathrm{m}}\, T_{\mathrm{z}}}{p_{\mathrm{z}}} = \frac{21{,}39 \cdot 8314 \cdot 273{,}15}{1 \cdot 10^5} = 485{,}7 \;\; \mathrm{m^3/h} = 0{,}1349 \quad \mathrm{m^3/s}.$$

<u>b) Izgaranje ulja za loženje masenog sastava $c = 0{,}85$; $h = 0{,}15$:</u>

Proračun je u osnovi isti kao i pod "a":

$$O_{\min} = \frac{c}{12} + \frac{h}{4} + \underbrace{\frac{s}{32}}_{=0} - \underbrace{\frac{o}{32}}_{=0} = \frac{0{,}85}{12} + \frac{0{,}15}{4} = 0{,}10833 \quad \mathrm{kmol_{O_2}/kg_G}$$

$$Z_{\mathrm{stv}} = \lambda\,\frac{O_{\min}}{0{,}21} = 1{,}1 \cdot \frac{0{,}10833}{0{,}21} = 0{,}56746 \quad \mathrm{kmol_z/kg_G}.$$

Količina nastalih dimnih plinova:

$$n_{\mathrm{CO_2}} = \frac{c}{12} = \frac{0{,}85}{12} = 0{,}070833 \quad \mathrm{kmol_{CO_2}/kg_G},$$

$$n_{\mathrm{O_2}} = (\lambda - 1)\, O_{\min} = (1{,}1 - 1)\cdot 0{,}10833 = 0{,}010833 \quad \mathrm{kmol_{O_2}/kg_G},$$

$$n_{\mathrm{N_2}} = 0{,}79\, Z_{\mathrm{stv}} = 0{,}79 \cdot 0{,}56746 = 0{,}44829 \quad \mathrm{kmol_{N_2}/kg_G},$$

$$n_{\mathrm{H_2O}} = \frac{h}{2} + \underbrace{\frac{w}{18}}_{=0!} = \frac{0{,}15}{2} = 0{,}075 \quad \mathrm{kmol_{H_2O}/kg_G},$$

Donja ogrjevna vrijednost goriva

$$\Delta h_{\mathrm{d}} = 33\,900\, c + 117\,000\, h = 33900 \cdot 0{,}85 + 117\,000 \cdot 0{,}15 = 46\,365 \quad \mathrm{kJ/kg_G}.$$

Gubitak osjetne topline je

$$\left| q_{\mathrm{osj}} \right| = \sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{mp},i} \right]_0^{300} \cdot (300 - 0) = 19{,}052 \cdot 300 = 5716 \quad \mathrm{kJ/kg_G},$$

PLIN	n_{i}	$\left[C_{\mathrm{mp},i} \right]_0^{300}$	$n_i \left[C_{\mathrm{mp},i} \right]_0^{300}$
CO_2	0,07083	41,755	2,9576
O_2	0,01083	30,400	0,3293
N_2	0,44829	29,383	13,1722
H_2O	0,075	34,575	2,5931
Σ=	0,60496		19,052

a i odvedena se toplina (po kilogramu goriva) opet računa kao i prije:

$$\left| q_{\mathrm{odv}} \right| = \Delta h_{\mathrm{d}} - \left| q_{\mathrm{osj}} \right| = 46\,365 - 5716 = 40\,649 \quad \mathrm{kJ/kg_G}.$$

Kako je odvedeni toplinski tok zadan, potrebna se protočna masa goriva dobije iz izraza:

$$q_{m,\mathrm{G}} = \frac{\left| \Phi_{\mathrm{odv}} \right|}{\left| q_{\mathrm{odv}} \right|} = \frac{1{,}120 \cdot 10^6}{40\,649} = 27{,}55 \;\; \mathrm{kg/h} = 0{,}007654 \quad \mathrm{kg/s}.$$

a s njom je onda određena i protočna količina zraka za izgaranje:

$$q_{n,\mathrm{z}} = q_{m,\mathrm{G}} \cdot Z_{\mathrm{stv}} = 27{,}55 \cdot 0{,}56746 = 15{,}635 \;\; \mathrm{kmol_z/h} = 0{,}004343 \quad \mathrm{kmol_z/s},$$

a ta protočna količina ima pri stanju 0 °C i 1 bar protočni volumen:

$$q_{V,\mathrm{z}} = \frac{q_{n,\mathrm{z}}\, R_{\mathrm{m}}\, T_{\mathrm{z}}}{p_{\mathrm{z}}} = \frac{15{,}635 \cdot 8314 \cdot 273{,}15}{1 \cdot 10^5} = 355{,}1 \;\; \mathrm{m^3/h} = 0{,}09863 \quad \mathrm{m^3/s}.$$

Iz rezultata se vidi da za isti učinak kotla treba manje ulja za loženje nego ugljena. To je i logično, jer ono ima veću ogrjevnu vrijednost od ugljena (zbog manje balasta - vlage i pepela). Treba uočiti da se ne iskoristi cijela ogrjevna vrijednost goriva, nego svakako manje. U ovom slučaju to je smanjenje samo zbog izlazne entalpije dimnih plinova, a kod nepotpunog izgaranja dodatno bi smanjenje bilo zbog gubitaka nepotpunog izgaranja. ☺

203. U plinsko-turbinsko postrojenje ulazi 200 000 kg/h zraka koji se u kompresoru tlači na viši tlak i na temperaturu 150 °C. Taj zrak ulazi u komoru za izgaranje, gdje se miješa s gorivom koje potom potpuno izgara. Maseni je sastav goriva: $c = 0{,}87$ i $h = 0{,}13$, a njegova je donja ogrjevna vrijednost $\Delta h_\mathrm{d} = 41\ 850$ kJ/kg.

Koliko se (kg/h) goriva temperature 0 °C smije dovesti u komore za izgaranje, ako dimni plinovi na izlazu iz komora (ulaz u turbinu) ne smiju imati temperaturu višu od 1200 °C? (Pretpostaviti da su komore za izgaranje toplinski izolirane!).

Računati sa srednjim specifičnim (molarnim) toplinskim kapacitetima!

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Pokazati da je temperatura u ložištu ovisna o faktoru pretička zraka λ - što je on viši, to je temperatura u ložištu niža, jer se ista količina topline raspoređuje na veću količinu dimnih plinova. Temperatura u ložištu može se regulirati promjenom veličine λ)

U ovom slučaju je količina zraka zadana, a onda će se, s porastom količine goriva, λ smanjivati i temperatura izgaranja rasti. To, naravno, vrijedi samo tako dugo, dok je izgaranje potpuno. Traži se kod koje će vrijednosti λ ta temperatura biti baš 1200 °C. Visina temperature na izlazu iz komore za izgaranje važna je, jer s tom temperaturom dimni plinovi ulaze u turbinu i zbog izdržljivosti materijala lopatica turbine ona ne smije biti previsoka.

Minimalna količina kisika i zraka je:

$$O_\mathrm{min} = \frac{c}{12} + \frac{h}{4} = \frac{0{,}87}{12} + \frac{0{,}13}{4} = 0{,}105 \quad \mathrm{kmol_{O_2}} / \mathrm{kg_G}\,.$$

$$Z_\mathrm{min} = \frac{O_\mathrm{min}}{0{,}21} = \frac{0{,}105}{0{,}21} = 0{,}5 \ \ \mathrm{kmol_z} / \mathrm{kg_G}\,,$$

Količina ugljikovog dioksida i vodene pare određena je samo sadržajem ugljika i vodika u gorivu:

$$n_\mathrm{CO_2} = \frac{c}{12} = \frac{0{,}87}{12} = 0{,}0725 \quad \mathrm{kmol_{CO_2}} / \mathrm{kg_G}\,,$$

$$n_\mathrm{H_2O} = \frac{h}{2} = \frac{0{,}13}{2} = 0{,}065 \quad \mathrm{kmol_{H_2O}} / \mathrm{kg_G}\,,$$

dok su količine dušika i slobodnog kisika ovisne o veličini λ:

$$n_\mathrm{O_2} = (\lambda - 1) O_\mathrm{min} = (0{,}105 \cdot \lambda - 0{,}105) \quad \mathrm{kmol_{O_2}} / \mathrm{kg_G}\,,$$

$$n_\mathrm{N_2} = 0{,}79\,\lambda\, Z_\mathrm{min} = 0{,}79 \cdot 0{,}5 \cdot \lambda = 0{,}395 \cdot \lambda \quad \mathrm{kmol_{N_2}} / \mathrm{kg_G}\,,$$

Temperatura izgaranja u izoliranom ložištu određena je jednadžbom:

$$\vartheta_\mathrm{teor} = \frac{\Delta h_\mathrm{d} + \left[c_{p,\mathrm{G}}\right]_0^{\vartheta_\mathrm{G}} \cdot \vartheta_\mathrm{G} + Z_\mathrm{stv} \left[C_{\mathrm{m}p,\mathrm{z}}\right]_0^{\vartheta_\mathrm{z}} \cdot \vartheta_\mathrm{z}}{\sum n_i \left[C_{\mathrm{m}p,i}\right]_0^{\vartheta_\mathrm{izg}}} = \frac{\Delta h_\mathrm{d} + 0 + \lambda\, Z_\mathrm{min} \left[C_\mathrm{p,z}\right]_0^{150} \cdot 150}{\sum n_i \left[C_{\mathrm{m}p,i}\right]_0^{\vartheta_\mathrm{izg}}} = 1200 \ \ ^\circ\mathrm{C}\,,$$

u kojoj se zbroj u nazivniku može riješiti tablično, iako neke stavke nisu obični brojevi, nego funkcije od λ:

PLIN	n_i	$\left[C_{mp,i}\right]_0^{1200}$	$n_i\left[C_{mp,i}\right]_0^{1200}$
CO_2	0,0725	50,740	3,6787
O_2	$0{,}105\cdot\lambda - 0{,}105$	33,633	$3{,}5315\cdot\lambda - 3{,}5315$
N_2	$0{,}395\cdot\lambda$	31,828	$12{,}5721\cdot\lambda$
H_2O	0,065	39,825	2,5886
Σ=	0,72335		$16{,}1035\cdot\lambda + 2{,}7358$

tako da se dobije izraz:

$$\vartheta_{\text{teor}} = \frac{\Delta h_{\text{d}} + \lambda\, Z_{\text{min}} \left[C_{\text{mp},z}\right]_0^{150} \cdot 150}{\sum n_i \left[C_{\text{mp},i}\right]_0^{\vartheta_{\text{izg}}}} = \frac{41\,850 + \lambda \cdot 0{,}5 \cdot 29{,}226 \cdot 150}{16{,}1035 \cdot \lambda + 2{,}7358} = 1200\ \ {}^\circ\text{C},$$

iz kojega se potreban (granični) faktor pretička zraka dobije eksplicitno:

$$\lambda = \frac{41\,850 - 1200 \cdot 2{,}7358}{1200 \cdot 16{,}1035 - 2191{,}95} = 2{,}2511 \cong 2{,}25\,.$$

S tim se podatkom lako izračuna tražena (maksimalna) protočna masa goriva. Iz jednadžbe

$$q_{\text{m,z}} = \overbrace{\underbrace{\lambda \cdot Z_{\text{min}}}_{Z_{\text{stv}}} \cdot q_{\text{m,G}}}^{q_{\text{N,z}}\ \ \text{kmol}_{\text{z}}/\text{h}} \cdot 28{,}95 \quad \text{kg}_{\text{z}}/\text{h}$$

dobije se:

$$q_{\text{m,G}} = \frac{q_{\text{m,z}}}{\lambda \cdot Z_{\text{min}} \cdot 28{,}95} = \frac{200\,000}{2{,}25 \cdot 0{,}5 \cdot 28{,}95} = 6138\ \ \text{kg}_{\text{G}}/\text{h} = 1{,}705\ \ \text{kg}_{\text{G}}/\text{s}\,.$$

Iz tablice se dobro vidi da su količine CO_2 i H_2O u dimnim plinovima određene samo sastavom goriva, dok su količine kisika i dušika ovisne o veličini λ. Osim banalnog i očiglednog fizikalnog razloga zašto <u>temperatura izgaranja pada s porastom λ</u> (istom toplinom Δh_{d} treba zagrijati sve veću količinu dimnih plinova), to se vidi i iz gornje jednadžbe

$$\vartheta_{\text{teor}} = \frac{\Delta h_{\text{d}} + \lambda\, Z_{\text{min}} \left[C_{\text{mp},z}\right]_0^{150} \cdot 150}{\sum n_i \left[C_{\text{mp},i}\right]_0^{\vartheta_{\text{izg}}}} = \frac{41\,850 + \lambda \cdot 2191{,}95}{16{,}1035 \cdot \lambda + 2{,}7358}$$

u kojoj je drugi član u brojniku malen u usporedbi s prvim i s porastom λ brojnik malo raste. S druge strane, u nazivniku je član uz λ velik i nazivnik naglo raste s porastom λ, pa vrijednost cijelog razlomka pada! ☺